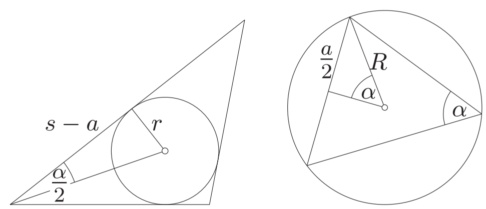
Megoldás. A szokásos jelölésekkel

$$r=(s-a)\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},\qquad R=\frac{a}{2\sin\alpha}$$

(l. az *ábrát*).



Ekkor a feltétel:

$$(s-a)\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{2a}{\sin\alpha}\cos\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2}.$$

Szorozzuk meg mindkét oldalt $\sin\alpha=2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}$-vel:

$$2(s-a)\sin^2\frac{\alpha}{2}=2a\cos\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2}.$$

Egyszerűsítsünk a (nyilvánvalóan pozitív) $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$-vel, és a még megmaradt trigonometrikus tagot írjuk át a koszinusztétel segítségével:

$$\begin{aligned}b+c-a&=2a\cos\alpha,\\ b+c+a&=2a(1+\cos\alpha)=2a\frac{(b+c)^2-a^2}{2bc},\\ b+c+a&=a\frac{(b+c+a)(b+c-a)}{bc}.\end{aligned}$$

Egyszerűsítés és rendezés után ebből kapjuk, hogy $(a-c)(b-a)=0$, azaz $a=c$, vagy $a=b$.