

**Megoldás.** A henger tengelymetszete téglalap, melynek egyik oldala a henger alaplajjának  $d$  átmérője, a másik oldala a henger  $m$  magassága. Tudjuk, hogy ennek a téglalapnak  $90$  cm a kerülete:  $2(d + m) = 90$ . A henger térfogata pedig:  $V = r^2\pi \cdot m$ . A kerületképletet alakítjuk:

$$d + m = 45 \implies r + r + m = 45.$$

Erre a három pozitív számra a számtani és mértani közepek közti egyenlőtlenség szerint:

$$\frac{r + r + m}{3} \geq \sqrt[3]{r \cdot r \cdot m}.$$

A bal oldal értéke  $\frac{45}{3} = 15$ ; a jobb oldal akkor lesz a legnagyobb, ha egyenlőség áll fenn, ennek szükséges és elégséges feltétele pedig  $r = r = m$ .

Ha  $\sqrt[3]{r \cdot r \cdot m}$  a lehető legnagyobb, akkor  $r \cdot r \cdot m$  is a lehető legnagyobb, és  $r^2 \cdot m \cdot \pi$  (vagyis a térfogat) is a lehető legnagyobb. Tehát  $r = r = m = \frac{45}{3} = 15$  cm,  $V_{\max} = r^2\pi \cdot m = 15^3 \cdot \pi$ , azaz a henger térfogata legfeljebb  $15^3 \cdot \pi \approx 10\,603$  cm<sup>3</sup> lehet.