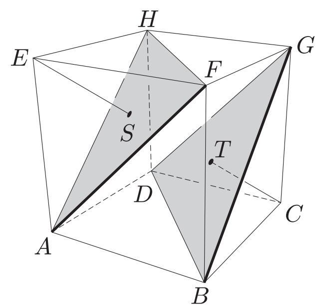
Megoldás. Legyenek a kocka csúcsai az *ábrán* látható módon A, B, C, D, E, F, G, H. A kocka szimmetriája miatt elegendő valamelyik szomszédos lappáron lévő, egymást nem metsző lapátlók távolságát meghatározni. Ilyen lapátlópár pl. AF és BG.

Két kitérő egyenes távolsága megegyezik annak a két párhuzamos síknak a távolságával, melyek közül az egyik az egyik egyenest, a másik pedig a másik egyenest tartalmazza. Esetünkben ezek a síkok AFH és BDG, mert AH párhuzamos BG-vel és DG párhuzamos AF-fel (hiszen a kocka szemközti lapjain lévő megfelelő lapátlók párhuzamosak). Tehát feladatunk az AFH és BDG síkok távolságának meghatározása. Megmutatjuk, hogy mindkét sík merőleges az EC testátlóra és harmadolja azt.



Az AFH és a BDG háromszögek szabályosak, mert minden oldaluk a kocka egy-egy lapátlója. $EA = EF = EH = 1 = CB = CD = CG$, mert mindegyik a kocka egy-egy éle. Ezért, ha E-t összekötjük az AFH háromszög S súlypontjával (amely egyúttal a körülírható kör középpontja is), akkor az ES egyenes merőleges lesz az AFH síkra, s ugyanígy, ha a BDG háromszög súlypontja T, akkor CT merőleges a BDG síkra. Tekintsük az $EA = \mathbf{a}$, $EF = \mathbf{f}$ és $EH = \mathbf{h}$ vektorokat. A kocka tulajdonságai miatt $\mathbf{a} + \mathbf{f} + \mathbf{h} = \overrightarrow{EC}$, továbbá a háromszög súlypontjára vonatkozó összefüggés szerint $\dfrac{\mathbf{a} + \mathbf{f} + \mathbf{h}}{3} = \overrightarrow{ES}$. Ez azt jelenti, hogy S az EC testátló egyik harmadolópontja. Ugyanígy kapjuk, hogy T a testátló másik harmadolópontja.

A két sík távolsága tehát éppen a testátló harmada. A két lapátló távolsága így az egységkocka testátlójának harmada, azaz $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.