I. megoldás. Számoljuk ki a sorozat első néhány tagját:

$$a_1 = 2 - \frac{1}{2!} = \frac{3}{2}, \qquad a_2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{3!} = \frac{7}{6}, \qquad a_3 = \frac{7}{6} - \frac{3}{4!} = \frac{25}{24}.$$

Ebből az a sejtésünk támad, hogy $a_n = \frac{(n+1)!+1}{(n+1)!}$. Ezt teljes indukcióval látjuk be.

Az állítás a sorozat első három tagjára igaz. Tegyük fel, hogy igaz $n = k$-ra: $a_k = \frac{(k+1)!+1}{(k+1)!}$. A rekurzív képletet felhasználva, ebből:

$$a_{k+1} = a_k - \frac{k+1}{(k+2)!} = \frac{(k+1)!+1}{(k+1)!} - \frac{k+1}{(k+2)!} =$$

$$= \frac{(k+2)! + (k+2) - (k+1)}{(k+2)!} = \frac{(k+2)!+1}{(k+2)!}.$$

Ezzel beláttuk, hogy a sejtés minden n-re igaz. Vagyis a sorozat n-edik tagja

$$a_n = \frac{(n+1)!+1}{(n+1)!} = 1 + \frac{1}{(n+1)!}.$$

II. megoldás. Vegyük észre, hogy

$$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)-1}{(n+1)!} = \frac{n+1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}. \tag{1}$$

Tekintsük a sorozat szomszédos tagjainak különbségeit:

$$a_0 - a_1 = \frac{1}{2!}, \quad a_1 - a_2 = \frac{2}{3!}, \quad \ldots, \quad a_{n-1} - a_n = \frac{n}{(n+1)!}.$$

Ezeket a különbségeket (1) felhasználásával a következőképpen alakíthatjuk át:

$$a_0 - a_1 = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!}, \quad a_1 - a_2 = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}, \quad \ldots, \quad a_{n-1} - a_n = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}.$$

Adjuk össze az így kapott különbségeket, majd a kapott egyenletet rendezzük át (ehhez használjuk fel, hogy $a_0 = 2$):

$$a_0 - a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!},$$

$$a_n = 1 + \frac{1}{(n+1)!} = \frac{(n+1)!+1}{(n+1)!}.$$