Korándi Dániel megoldása. Legyen r és s egész szám. Ha a legnagyobb közös osztójuk d, akkor $r = dr_1$ és $s = ds_1$, ahol az r_1 és s_1 egészek egymáshoz relatív prímek. Tegyük fel, hogy r osztója s^2-nek; ekkor $dr_1 \mid d^2 s_1^2$ miatt $r_1 \mid ds_1^2$. Mivel r_1 relatív prím s_1^2-hez is, r_1 osztója d-nek. Ebből következik, hogy ha d osztója egy t egésznek, akkor $r = dr_1$ osztója t^2-nek.

$4ab-1$ és $4a^2-1$ legnagyobb közös osztója osztja a két szám különbségét, $4a(b-a)$-t is, és mivel (mindkét eredeti számhoz hasonlóan) relatív prím $4a$-hoz, osztója $(b-a)$-nak is. Az előbbi megjegyzés szerint tehát

$$4ab-1 \mid (b-a)^2.$$

Megmutatjuk, hogy ez pozitív egész a-ra és b-re csak $a = b$ esetén teljesül. Tegyük fel ezzel szemben, hogy $b \neq a$; legyen például $b > a$. Ekkor

$$k = \frac{(b-a)^2}{4ab-1} \quad \text{pozitív egész.}$$

Rendezve: $0 = b^2 - 2a(1+2k)b + (a^2+k)$, azaz b gyöke az

$$x^2 - 2a(1+2k)x + (a^2+k) = 0$$

másodfokú egyenletnek. Jelölje az egyenlet másik gyökét c; ekkor $b + c = 2a(1+2k)$ egész, ezért c is egész, és $bc = a^2 + k > 0$ miatt c is pozitív. Valamivel pontosabban:

$$k = \frac{(b-a)^2}{4ab-1} < \frac{(b-a)^2}{4ab-4a^2} = \frac{(b-a)}{4a},$$

ezért $2a(1+2k) < 2a\left(1+\dfrac{b-a}{2a}\right) = b+a$, tehát $0 < c < (b+a)-b = a$. Erre a c egészre (b-hez hasonlóan)

$$k = \frac{(c-a)^2}{4ac-1},$$

azaz $4ca-1 \mid (a-c)^2$, és $0 < c < a$. Az $a = b_1 > c = a_1$ pozitív egész számpár tehát ugyanazt az oszthatósági feltételt teljesíti, mint a $b > a$ számpár, csak éppen $b_1 < b$. Az előbbi gondolatmenet így megismételhető b és a helyett b_1-gyel és a_1-gyel stb. Ezzel pozitív egészek végtelenül csökkenő $b > b_1 > \ldots$ sorozatát kapjuk, ami lehetetlen. Ez az ellentmondás igazolja állításunkat, és ezzel a feladat állítását is.