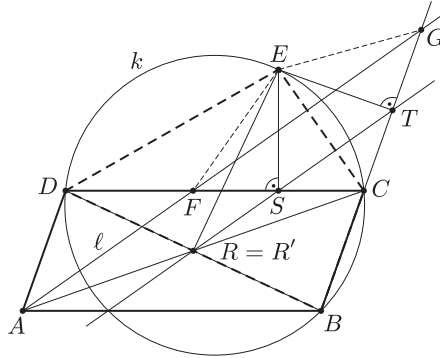


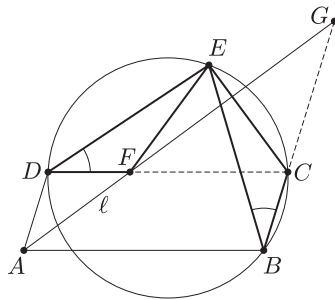
**Hujter Bálint megoldása.** A  $BCED$  körülírt köre legyen  $k$ , a  $CG$  szakasz felezőpontja (egyben az  $E$ -ből  $CG$ -re állított merőleges talppontja)  $T$ , hasonlóan az  $FC$  felezőpontja (ami az  $E$ -ből  $FC$ -re állított merőleges talppontja)  $S$ , az  $E$ -ből a  $DB$  egyenesre emelt merőleges talppontja  $R$ , végül az  $ST$  és az  $AC$  egyenes metszéspontja  $R'$ .

Megmutatjuk, hogy  $R' = R$ , és ez a pont az  $ABCD$  paralelogramma középpontja.

Az  $S, T, R$  pontok egy egyenesen, a  $BCD$  háromszög  $E$ -hez tartozó Simson-egyenesén vannak. Alkalmazzunk 2-szeres nagyítást a  $C$ -ből; ennek során  $T$  képe  $G$ ,  $S$  képe  $F$ . A Simson-egyenes képe ezért  $\ell$ , így  $R'$  képe  $A$ ; vagyis  $R'$  az  $AC$  szakasz felezőpontja. Az  $R'$  a  $DB$  szakasz felezőpontjaként a Simson-egyenesnek  $DB$ -vel alkotott metszéspontja, ezért egybeesik  $R$ -rel.



Az  $ER$  szakasz merőlegesen felezi a  $DB$ -t, azaz  $EB = ED$ . Így az  $EDF$  és  $EBC$  háromszögek két-két oldala ( $ED$  és  $EB$ , illetve  $EF$  és  $EC$ ) egyenlő, és megegyeznek az  $EF$  és  $EC$  oldalakkal szemközti szögek is, hiszen  $EDF \sphericalangle$  és  $EBC \sphericalangle$  egyaránt ugyanahhoz az  $EC$  ívhez tartozó kerületi szög  $k$ -ban. Mivel  $DFE \sphericalangle$  az egyenlő szárú  $EFC$  háromszög alapon fekvő – tehát hegyes –  $EFC$  szögének külső szöge, azért  $DFE \sphericalangle > 90^\circ$ , és hasonlóan  $BCE \sphericalangle > 90^\circ$ . Tehát a tompaszögű  $EDF$  és  $EBC$  háromszögek egybevágóak;  $DF = BC$ .



A paralelogramma párhuzamos oldalai miatt az  $ADF$  és a  $GCF$  háromszögek megfelelő szögei egyenlők, e két háromszög hasonló, ezért  $\frac{GC}{FC} = \frac{AD}{DF}$ . Így  $AD = BC = DF$  miatt  $GC = FC$ , vagyis az  $FCG$  (és a hozzá hasonló  $FDA$ ) háromszög egyenlő szárú. A paralelogramma párhuzamos  $AB$  és  $DC$  oldalai révén az  $ABG$  háromszög is hasonló  $FCG$ -hez, így ugyancsak egyenlő szárú. Tehát  $DAF \sphericalangle = DFA \sphericalangle = CFG \sphericalangle = CGF \sphericalangle = FAB \sphericalangle$ .