

Megoldás. Mivel egyforma tömegű testek tökéletesen rugalmas ütközése történik, a sebességeik „helyet cserélnek”, vagyis a kezdetben álló korong sebessége $v_0 = 8 \text{ m/s}$ lesz, a másik korong pedig megáll.

Határozzuk meg a meglökött korong pályájának görbületi sugarát! Ha a korongnak v a pillanatnyi sebessége, F erő hat rá, és ez az erő α szöget zár be a sebességvektorral, akkor a sugár irányú (radiális) mozgásegyenlet szerint $F \cdot \sin \alpha = \frac{mv^2}{R_g}$, ahonnan a görbületi sugár

$$R_g = \frac{mv^2}{F \sin \alpha}.$$

Ha a rugó pillanatnyi hossza l , a rugó által kifejtett erő $D(l - l_0)$, tehát

$$R_g = \frac{mv^2}{D(l - l_0) \sin \alpha}.$$

Ez a kifejezés akkor a legkisebb, amikor a rugó megnyúlása a legnagyobb, hiszen ekkor (az energiatétel szerint) a sebesség minimális, és a nevezőben szereplő $\sin \alpha$ a lehető legnagyobb (1-gyel egyenlő), mert a sebesség a tengelytől legtávolabbi pontban merőleges a rugó tengelyére.

A kezdeti állapot és a maximális távolságú állapot között felírhatjuk az energia- és a perdületmegmaradás törvényét:

$$(1) \quad \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}D(l_1 - l_0)^2 + \frac{1}{2}mv_1^2,$$

$$(2) \quad mv_0l_0 = mv_1l_1.$$

(Ez utóbbi törvénytől kihasználtuk, hogy a mozgás során a korongra ható eredő erőnek nincs forgatónyomatéka a függőleges tengelyre vonatkoztatva.)

(2)-ből kifejezve a v_1 sebességet és azt (1)-be helyettesítve, továbbá a megadott számadatokat is behelyettesítve a rugó hosszának és a kezdeti hosszúságnak $x = l_1/l_0$ arányára a $2x^4 - 4x^3 + x^2 + 1 = 0$ negyedfokú egyenletet kapjuk. Az egyenletnek $x = 1$ nyilván gyöke, ez azonban nem a legnagyobb, hanem a legkisebb rugó-megnyúlásnak (a kezdeti állapotnak) felel meg, tehát számunkra érdektelen. Az egyik gyök ismeretében a negyedfokú egyenlet (az $x - 1$ gyöktényezővel való osztás után) harmadfokúra redukálható:

$$x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0,$$

melynek egyetlen valós gyökét grafikusán, numerikusan, vagy a harmadfokú egyenlet megoldóképlete segítségével határozhatjuk meg:

$$x = \frac{\sqrt[3]{\frac{40 + \sqrt{1350}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{40 - \sqrt{1350}}{4}} + 1}{3} \approx 1,54.$$

A rugó hosszának ismeretében már a korong sebességét és a pálya görbületi sugarát is ki tudjuk számítani: $v_1 = \frac{v_0}{x} = 5,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ és $R_g = 0,39 \text{ m}$.