Megoldás. Az egyenlet bal oldalán álló $f(x)$ polinom emlékeztet az $(x-1)^7$ és az $(x+1)^7$ kifejezések binomiális kifejtésére. Ezeket írjuk föl:

$$(x-1)^7 = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1 \quad \text{és}$$

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

Nehéz nem észrevenni, hogy

$$f(x) = \frac{3(x-1)^7 - (x+1)^7}{2}.$$

Innen azonnal leolvasható, hogy $f(x)$ pontosan akkor nulla, ha

$$\frac{x+1}{x-1} = 3^{\frac{1}{7}}. \tag{1}$$

Mivel pedig az $r(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ függvény kölcsönösen egyértelmű, azért elegendő megmutatni, hogy a megoldásul adott x értékre teljesül (1). Ez viszont nyilvánvaló, hiszen erre a számra $3 = 3^{\frac{7}{7}}$ felhasználásával azt kapjuk, hogy

$$x + 1 = 3 + 3^{\frac{1}{7}} + 3^{\frac{2}{7}} + \ldots + 3^{\frac{6}{7}} = 3^{\frac{1}{7}}\left(1 + 3^{\frac{1}{7}} + 3^{\frac{2}{7}} + \ldots + 3^{\frac{6}{7}}\right) = 3^{\frac{1}{7}}(x-1).$$

Ezzel a feladatot megoldottuk.