Megoldás. Ha létezik ilyen sorrend, akkor szükségképpen $a_1 = 1$ (különben valamelyik szorzat egyenlő lenne a rákövetkezővel) és $a_n = n$, mert ellenkező esetben egynél több szorzat is osztható lenne n-nel, azaz nulla maradékot adna n-nel osztva. Először megmutatjuk, hogy n nem lehet 4-nél nagyobb összetett szám. Tételezzük fel ugyanis, hogy $4 < n = ab$, ahol $2 \le a \le b < n$. Ekkor $b > 2$ miatt $2a = \dfrac{2n}{b} < n$, így $a \neq b$ vagy $2a \neq b$ folytán $a_1 a_2 \cdots a_{n-1}$ is nulla maradékot ad n-nel osztva, hiszen osztható ab-vel.

Az n tehát csak 4 vagy prímszám lehet. Az $n = 4$-re egy alkalmas sorrend 1, 3, 2, 4. Megmutatjuk, hogy akkor is létezik megfelelő sorrend, ha n értéke prím. Legyen ekkor – ahogy szükséges – $a_1 = 1$, $a_n = n$, az $a_2, \ldots, a_{n-1}$ számokat pedig úgy választjuk $2, 3, \ldots, n-1$ közül, hogy $a_i(i-1)$-nek az n-nel való osztási maradéka i legyen. Ez a következőképpen lehetséges: adott $2 \le i \le n-1$ esetén szorozzuk meg az $1, 2, \ldots, n-1$ számok mindegyikét $(i-1)$-gyel; mivel n prím, a kapott szorzatok egyike sem osztható n-nel, és mind különböző maradékot adnak. Ellenkező esetben, ha pl. $a_k(i-1)$ és $a_t(i-1)$ ugyanazt a maradékot adná, akkor a különbségük, $(a_k - a_t)(i-1)$ osztható lenne n-nel; ez lehetetlen, mivel sem $i-1$, sem $a_k - a_t$ nem lehet n-nel osztható.

Így viszont az $n-1$ különböző nemnulla maradék között minden nemnulla maradék megtalálható, ezért i is. Abban is biztosak lehetünk, hogy az eképpen kapott a_i szám nem az $a_1 = 1$, hiszen akkor $a_i(i-1) = i-1$ lenne, amelynek a maradéka nem i.

Ezután igazoljuk, hogy a különböző i sorszámokra kapott a_i értékek mind különbözőek. Ha ugyanis valamilyen $i \neq j$-re $a_i = a_j = c$ $(\neq a_1 = 1)$ adódna, akkor $c(i-1) = a_i(i-1)$ osztási maradéka i, $c(j-1) = a_j(j-1)$ osztási maradéka pedig j; így $c(i-j) = c\big((i-1)-(j-1)\big) = c(i-1) - c(j-1)$ osztási maradéka $i-j$ lenne, azaz $(c-1)(i-j) = c(i-j) - (i-j)$ osztható n-nel, ami lehetetlen.

Végül megmutatjuk, hogy az $a_2, \ldots, a_{n-1}$ számok ebben a sorrendben (előttük $a_1 = 1$-gyel, utánuk legvégül pedig $a_n = n$-nel) teljesítik a feladat követelményeit. Az a_1 maradéka 1, $a_1 a_2$ maradéka $1 \cdot a_2$ maradéka, azaz 2, $a_1 a_2 a_3$ maradéka $2a_3$ maradéka, azaz 3 stb.: ha már tudjuk, hogy $a_1 a_2 \cdots a_k$ maradéka k (ahol $k < n-1$), akkor $a_1 a_2 \cdots a_k a_{k+1}$ maradéka $k a_{k+1}$ maradéka, azaz $k+1$. Végül $a_1 a_2 \cdots a_n$ maradéka nyilván 0.