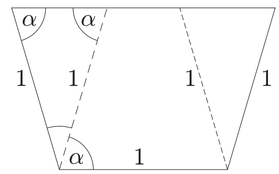
Megoldás. Ha a trapéz nem szimmetrikus, akkor egységnyi oldalú rombusz, amelynek a területe legfeljebb 1. Szimmetrikus trapéz esetében feltehető, hogy a negyedik oldal (a trapéz másik alapja) 1-nél nagyobb, hiszen ellenkező esetben a szárak „kifordításával” egy nagyobb területű megfelelő trapézba foglalható (ld. az *ábrán*).



Használjuk az *ábra* jelöléseit: a száraknak az 1-nél nagyobb alappal bezárt szöge α. Bontsuk fel a trapézt egy egységnyi oldalú, α és $(180^\circ - \alpha)$ szögű rombuszra és egy egységnyi szárú egyenlő szárú háromszögre, amelynek a szárai $(180^\circ - 2\alpha)$ szöget zárnak be egymással; nyilván $0 < \alpha \leq 90^\circ$; az $\alpha = 90^\circ$ éppen az egységoldalú rombuszok körében maximális területű egységnégyzetnek felel meg. A trapéz területét az egyenlő szárú háromszög és a rombusz területének összegeként kaphatjuk:

$$T = \frac{1}{2}\sin(180^\circ - 2\alpha) + \sin\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha + \sin\alpha = \sin\alpha(\cos\alpha + 1).$$

Fejezzük ki mindezt $t = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ segítségével: $\sin\alpha = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $\cos\alpha = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, így

$$T = \frac{2t}{1+t^2} \cdot \frac{2}{1+t^2} = \frac{4t}{(1+t^2)^2}.$$

Az α-ra fennálló korlátok szerint $0 < \dfrac{\alpha}{2} \leq 45^\circ$, ezért $0 < t \leq 1$. A számtani és a mértani közép közti egyenletlőtlenség miatt

$$1 + t^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + t^2 \geq 4 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot t^2} = \frac{4 \cdot \sqrt{t}}{\sqrt[4]{27}},$$

ezért

$$T = \frac{4t}{(1+t^2)^2} \leq \frac{4t}{\left(\frac{4\cdot\sqrt{t}}{\sqrt[4]{27}}\right)^2} = \frac{4t}{\frac{16t}{\sqrt{27}}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Ezt a maximális értéket pontosan akkor veszi fel a terület, ha $\dfrac{1}{3} = t^2$, azaz $\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = t = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{tg} 30^\circ$, vagyis – mivel a tangensfüggvény kölcsönösen egyértelmű a $(0; 45^\circ]$ intervallumon – ha $\alpha = 60^\circ$.