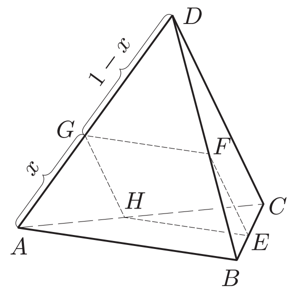
Megoldás. Először megmutatjuk, hogy ha egy sík négyszögben metszi a szabályos tetraédert, akkor a metszet pontosan akkor téglalap, ha a sík a tetraéder két kitérő élével párhuzamos. Legyen a metsző sík S, a tetraéder csúcsai pedig A, B, C, D. Válasszuk úgy a jelölést, hogy S ne messe az AB élt (ezt megtehetjük, mert a hat él közül S csak négyet metsz). Tekintsük az S, ABC és ABD síkokat. E három sík páronkénti metszésvonalai közül az egyik az AB egyenes, a másik kettő pedig az S által a tetraéderből kimetszett négyszög két szemközti éle. Ha a síkmetszet téglalap, akkor e két utóbbi egyenes párhuzamos. Viszont tudjuk (lásd pl. *Geometriai feladatok gyűjteménye I.,* 1703. feladat), hogy három sík páronkénti metszésvonalai vagy párhuzamosak, vagy egy ponton mennek át. Esetünkben tehát a három metszésvonal párhuzamos. Ha pedig az S, ACD és BCD síkokat nézzük, akkor ugyanezzel a gondolatmenettel azt kapjuk, hogy a kimetszett téglalap másik két éle a tetraéder CD élével párhuzamos. Ha tehát a kimetszett négyszög csúcsai az *ábrán* látható módon E, F, G és H, akkor $EH \parallel FG \parallel AB$ és $EF \parallel GH \parallel CD$. Megfordítva, ha az S sík párhuzamos AB-vel és CD-vel, akkor az $EFGH$ négyszög szemközti oldalai párhuzamosak AB-vel, illetve CD-vel, és mivel e két utóbbi egyenes merőleges egymásra, az $EFGH$ négyszög ebben az esetben téglalap.



Vizsgáljuk meg a téglalapmetszetek kerületét és területét. Legyen $AG = x$. Ekkor $AH = GH = BE = BF = EF = x$, mert az AHG és BEF háromszögek szabályosak, hiszen $GH \parallel CD \parallel EF$ miatt hasonlók az ACD, illetve a BCD háromszögekhez. Ugyanígy kapjuk, hogy a DGF és CHE háromszögek is szabályosak, amiből következik, hogy $1 - x = DG = DF = FG = HE = EC = CH$.

Vagyis az $EFGH$ téglalap kerülete:

$$K = EF + FG + GH + HE = x + (1 - x) + x + (1 - x) = 2,$$

azaz a téglalapmetszetek kerülete állandó, minden esetben 2 egység. A téglalap területe:

$$T = EF \cdot FG = x(1 - x) = x - x^2.$$

Az $f(x) = -x^2 + x$ függvény grafikonja lefelé nyíló parabola, mely a $(0;0)$ és az $(1;0)$ pontokban metszi az x tengelyt, csúcsa pedig az $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$ pontban van. A téglalap területe tehát tetszőleges olyan pozitív szám lehet, amely nem nagyobb $\frac{1}{4}$-nél. A metszet területe akkor maximális, ha a téglalap csúcsai egybeesnek a tetraéder négy élének felező pontjaival (ekkor a metszet négyzet). Ha pedig a metsző sík megközelíti a tetraéder egyik élét, akkor a metszet területe közelít 0-hoz (a téglalap egyik éle 1-hez, másik pedig 0-hoz tart).