I. megoldás. A szükséges dobások száma pontosan akkor n, ha az első $n-1$ dobás fej, az n-edik pedig írás – ennek valószínűsége $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$, vagy ha az első $(n-1)$ dobás írás, az n-edik pedig fej – ennek a valószínűsége ugyancsak $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$; így

$$2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n}=\frac{1}{2^{n-1}}$$

valószínűséggel dobunk n-szer ($n\geq 2$). A szükséges dobások számának a várható értéke definíció szerint a dobások számának a valószínűségükkel súlyozott átlaga, azaz

$$M=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n}{2^{n-1}}.$$

Az M értékét adó végtelen sort a $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}=2$ végtelen mértani sor összegének felhasználásával határozzuk meg:

$$M=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n-1}{2^{n-1}}=1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{2^k}=1+\frac{1}{2}+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{k}{2^k}=$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{\infty}\frac{k}{2^{k-1}}=\frac{3}{2}+\frac{M}{2},$$

tehát $M=3$ a dobások számának várható értéke.

Megjegyzés. Az M (és hasonló típusú összegek) egy másik kiszámítási módja a következő:

$$M=2\cdot\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2^2}+4\cdot\frac{1}{2^3}+5\cdot\frac{1}{2^4}+\ldots=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^3}\right)+\left(\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^4}\right)+\ldots.$$

Az egyes zárójelekben álló összegeket írjuk egy-egy sorba, majd az így kapott (fentről lefelé végtelen) táblázat elemeit ne soronként, hanem oszloponként összegezzük; az oszlopösszegek mindegyike egy $\frac{1}{2}$ hányadosú végtelen mértani sor, ezzel pedig

$$M=\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots\right]+\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots\right]+\left[\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\ldots\right]+$$

$$+\left[\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}+\ldots\right]+\ldots=1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots=1+2=3.$$

II. megoldás. Az első dobás után – bármi is annak az értéke – az ellenkező kimenetelre várunk. Ennek a valószínűsége $\frac{1}{2}$, ezért átlagosan két dobás után következik be. Tehát átlagosan $1+2=3$ dobás szükséges ahhoz, hogy legyen fej is és írás is.