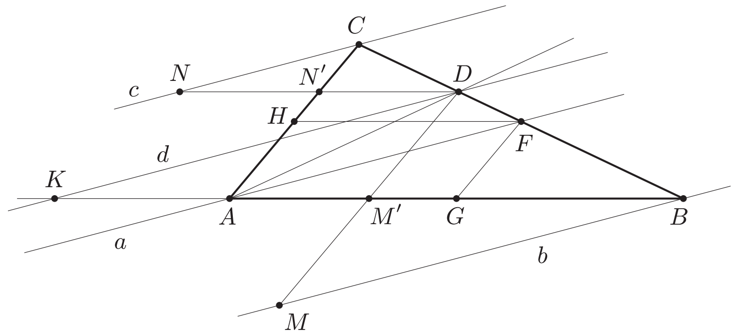
Megoldás. Húzzunk a b, c egyenesekkel párhuzamos egyeneseket az A és a D pontokon keresztül, legyenek ezek a és d. Mivel A egyenlő távolságra van b-től és c-től, a éppen b és c középpárhuzamosa, így tehát átmegy a BC szakasz F-fel jelölt felezőpontján. Jelöljük d-nek az AB egyenessel alkotott metszéspontját K-val, a DM és DN szakaszok felezőpontját M'-vel, illetve N'-vel, az AB szakasz felezőpontja legyen G, az AC szakaszé pedig H.



Ekkor M' felezi a BK szakaszt, mert a b egyenes M'-re vonatkozó tükörképe $MM' = M'D$ miatt a d egyenes. A BAF és BKD háromszögek középpontosan hasonlóak egymáshoz, hiszen a és d párhuzamos egyenesek. Ezért a két háromszögben egymásnak megfelelő FG és DM' súlyvonalak párhuzamosak egymással. A hasonlóság miatt

$$\frac{DM'}{DB} = \frac{FG}{FB}, \quad \text{ahonnan} \quad DM' = \frac{FG \cdot DB}{FB}.$$

Az FG szakasz viszont az ABC háromszög AC oldalhoz tartozó középvonala, tehát $FG = \dfrac{CA}{2}$, M' pedig a DM szakasz felezőpontja, ezért $DM = 2 \cdot DM'$, vagyis

$$DM = \frac{2 \cdot FG \cdot DB}{FB} = \frac{CA \cdot DB}{FB}.$$

Ugyanígy kapjuk a CDN' és a CFH középpontosan hasonló háromszögekből, hogy

$$DN = 2 \cdot DN' = \frac{2 \cdot FH \cdot DC}{FC} = \frac{AB \cdot DC}{FC}.$$

Ezekből az összefüggésekből, felhasználva, hogy $FB = FC$, valamint a szögfelezőtételből adódó $\dfrac{CA}{AB} = \dfrac{DC}{DB}$ egyenlőséget kapjuk, hogy

$$\frac{DM}{DN} = \frac{CA \cdot DB}{AB \cdot DC} = 1,$$

ami éppen a bizonyítandó állítás.