

Megoldás. A feladat eredeti változatának a megoldása azon az észrevételen múlik, hogy egy kétkarú mérlegen négy súlyt $3^4 = 81$ -féleképpen rendezhetünk el. Az egyes súlyokat ugyanis egymástól függetlenül tehetjük a bal oldali serpenyőbe, a jobb oldaliba, illetve hagyhatjuk ki a mérésből. Így a bal oldali és a jobb oldali serpenyő tartalmának a különbsége a súlyok értékétől függetlenül legfeljebb 81-féle lehet. Ezek között ott van a 0 – ha egyik súlyt sem tesszük föl – a többi nyolcvan pedig ellentett párokba rendezhető, ha egy-egy elrendezésben kicseréljük a serpenyők tartalmát. A 0-t is beleértve így összesen 41-féle nemnegatív érték mérhető le és ha a súlyok rendre 1, 3, 9, 27 kilogramm tömegűek, akkor ezek az értékek éppen a 0 és $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ közé eső egész számok. Az adott súlyok tetszőleges elrendezése nyilván az adott határok közé eső nemnegatív értéket mér, ha pedig volna két elrendezés, amelyek ugyanazt az értéket szolgáltatnák, akkor az így adódó egyenlőséget nullára rendezve kapnánk, hogy egy számnak *két különböző* 3-as számrendszerbeli alakja van.

A klasszikus feladat most annyiban módosul, hogy egy mérendő test tömege ezúttal abban az esetben is „meghatározható”, ha nem találunk a súlyaink között olyanokat, amelyekkel a mérendő test kiegyensúlyozható. Ha például mérések egy sorozata után az derül ki, hogy a mérendő test tömege nagyobb 3 kilogrammnál és kisebb 5 kilogrammnál, akkor a feltétel szerint csak 4 kilogramm lehet.

Az most is igaz, hogy négy darab súllyal legfeljebb 40-féle pozitív tömeg egyensúlyozható ki egy kétkarú mérlegen. Ha az $[1; n]$ számköz valamennyi egész eleme vagy maga mérhető, vagy ilyen számokkal szétválasztható – ahogy a mérhető 3 és 5 értékek választják el a 4-et a fenti példában a többi egész számtól – akkor 1-től n -ig minden egész tömegű test tömege meghatározható.

Ebből következik, hogy a számközben nem lehetnek olyan szomszédos egészek, amelyek egyike sem mérhető. Így pedig a legnagyobb mérhető érték nem lehet nagyobb 80-nál, hiszen, mint láttuk, legfeljebb 40-féle pozitív mérhető szám van. Ez a korlát elérhető, ha a klasszikus feladat megoldásaként adódó súlyokat megduplázzuk. Az eredeti feladat nyomán a 2, 6, 18, 54 kilogrammos súlyokkal 0 és 80 között minden páros egész szám mérhető. Ha pedig egy test tömegének a mérőszáma 80-nál kisebb páratlan szám, akkor mérések sorozatával meghatározható az a két szomszédos páros szám, amely a test tömegének mérőszámát közrefogja; ezzel pedig a szóban forgó páratlan számot is meghatároztuk.

Végül ha előre rögzítjük a legnagyobb mérendő súly tömegét, akkor még $n = 81$ is lehetséges, ugyanis ebben az esetben jogos az a következtetés, hogy ha a test 80 kilogrammnál nehezebb, akkor 81 kilogramm a súlya. Ha a feladat szövegét úgy értelmezzük, hogy a mérés megkezdése előtt csak annyit tudunk, hogy a mérendő test tömege egész, akkor nem vállalhatjuk 80 kilogrammnál nehezebb test tömegének a meghatározását.