

Megoldás. Minden páratlan négyzetszám (ami nyilván csak páratlan szám négyzete lehet) 8-cal osztva 1-et ad maradékul, mert $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1$, és $k(k+1)$ páros volta miatt $4k(k+1)$ osztható 8-cal.

A $2n+1$ páratlan, ezért ha négyzetszám, akkor $8 \mid (2n+1) - 1$, azaz $8 \mid 2n$, így $4 \mid n$.

Ezért $3n+1$ is páratlan lesz, így $8 \mid (3n+1) - 1$, azaz $8 \mid 3n$, vagyis $8 \mid n$.

A négyzetszámok végződése: 0, 1, 4, 5, 6, 9.

Mivel n páros, utolsó számjegye 0, 2, 4, 6, 8 lehet.

Foglaljuk táblázatba, hogy ezekben az esetekben mi lehet $2n+1$, illetve $3n+1$ utolsó számjegye:

n	0	2	4	6	8
$2n+1$	1	5	9	3	7
$3n+1$	1	7	3	9	5

Tehát csak akkor lehet $2n+1$ -nek és $3n+1$ -nek is négyzetszámnak megfelelő a végződése, ha n utolsó számjegye 0, azaz $5 \mid n$.

Mivel $8 \mid n$, $5 \mid n$, továbbá az 5 és a 8 relatív prímek, $40 \mid n$.