**I. megoldás.** A törtek nevezői miatt $a \neq -1$ és $b \neq -1$. Rendezzük az egyenletet:

$$\frac{a+b+2}{4} = \frac{b+1+a+1}{(a+1)(b+1)}, \qquad (a+b+2)(a+1)(b+1) = 4(a+b+2).$$

$(a+1)(b+1) = ab + a + b + 1 = a + b + 2$, mert $ab = 1$. Így

$$(a+b+2)(a+b+2) = 4(a+b+2), \quad \text{innen} \quad (a+b+2)(a+b-2) = 0.$$

Az első tényező, mint láttuk, most $(a+1)(b+1)$, ami a feltétel miatt nem lehet 0.

Ha $a+b-2=0$, akkor $b = \frac{1}{a}$ alapján $a + \frac{1}{a} - 2 = 0$, ahonnan $(a-1)^2 = 0$, tehát $a = 1$, $b = 1$. Könnyen ellenőrizhető, hogy ez valóban megoldása a feladatnak.

**II. megoldás.** Szorozzuk az (1) egyenlet mindkét oldalát $4(a+1)(b+1)$-gyel ($a \neq -1$, $b \neq -1$): $(a+b+2)(a+1)(b+1) = 4(a+b+2)$. Ha elvégezzük a műveleteket, és az $ab$ helyére mindenütt 1-et írunk, akkor az $a^2 + b^2 = 2$ egyenlethez jutunk. Megoldjuk a következő egyenletrendszert:

$$\left.\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 2 \\ ab &= 1 \end{aligned}\right\}.$$

A második egyenlet kétszeresét először adjuk hozzá az első egyenlethez, majd vonjuk ki az első egyenletből. Ekkor a következőt kapjuk:

$$\left.\begin{aligned} (a+b)^2 &= 4 \\ (a-b)^2 &= 0 \end{aligned}\right\}.$$

Azaz $a+b=2$ vagy $a+b=-2$, illetve $a=b$. Így $a=1$, $b=1$ vagy $a=-1$, $b=-1$.

A kikötések miatt az egyedüli megoldás: $a=1$, $b=1$.