

I. megoldás. A szén izzószál elektromos ellenállása – mint ahogy a legtöbb más anyagé is – függ a hőmérséklettől, hőfoktényezője azonban *negatív*: a hőmérséklet növekedtével az ellenállása egyre kisebb lesz. Feltehetően ez okozott problémát a korabeli szénszál izzólámpák első változatainál is: a felmelegedő izzószál ellenállása csökkenni kezdett, emiatt az adott feszültségre kapcsolt lámpán átfolyó áram egyre nőtt, amitől még jobban lecsökkent az ellenállás és még jobban nőtt az áramerősség... és így tovább, egészen addig, míg a szál el nem égett.

A leírt jelenség (pozitív visszacsatolás) számolással is nyomon követhető. Tétélezzük fel az egyszerűség kedvéért, hogy az izzó ellenállása a hőmérséklettel arányosan változik:

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)],$$

ahol R_0 a T_0 -lal jelölt szobahőmérsékleten mért ellenállás, $\alpha < 0$ pedig a hőfoktényező. Az izzó által felvett elektromos teljesítmény

$$P_{\text{fel}} = \frac{U^2}{R(T)},$$

a hővezetéssel leadott teljesítményt pedig $P_{\text{le}} = \beta(T - T_0)$ alakban írhatjuk ($\beta > 0$ állandó). (A magasabb hőmérsékleteken számottevő hőszugárzást itt most figyelmen kívül hagyjuk.)

Az izzószál üzemi hőmérsékletét a felvett és a leadott teljesítmény egyenlősége állítja be:

$$\frac{U^2}{R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]} = \beta(T - T_0),$$

ami $T - T_0$ -ra nézve másodfokú egyenlet:

$$\alpha(T - T_0)^2 + (T - T_0) - \frac{U^2}{R_0\beta} = 0.$$

Ennek az egyenletnek a diszkriminánsa $\alpha < 0$ miatt negatív is lehet:

$$D = 1 + \frac{4\alpha U^2}{R_0\beta} < 0,$$

ilyenkor a másodfokú egyenletnek nincs valós megoldása, tehát nem alakul ki egyensúlyi állapot: a lámpa *kiég!*

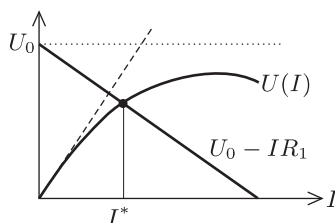
Ha az izzószálban sorosan egy megfelelően választott előtétellenállást is kötünk, akkor elérhetjük, hogy a felvett és a leadott teljesítmény egyensúlyba kerülhessen, és ez az egyensúly éppen a szál világításának legjobban megfelelő hőmérsékletnél álljon be.

II. megoldás. Az előtétellenállás szabályozó szerepét az izzószál feszültség-áram karakterisztikájának vázlatos ábrázolásából is megérthetjük.

Tétélezzük fel, hogy az izzószállal sorosan kötöttünk egy olyan előtétellenállást, amely nem melegszik fel számottevően, ezért az ellenállása a hőmérséklettől (vagyis a rajta átfolyó áram erősségétől) függetlenül R_1 -nek tekinthető. Ha a lámpára U_0 feszültséget kapcsolunk, és az izzószálon eső feszültség valamilyen $U(I)$ függvény szerint függ az áramerősségtől, akkor fenn kell álljon a következő összefüggés:

$$U(I) = U_0 - IR_1.$$

Ábrázoljuk a fenti egyenlet mindkét oldalát az áramerősség függvényében.



A jobb oldal grafikonja egy, az $I = 0, U = U_0$ ponton átmenő, $-R_1$ meredekségű egyenes, ami előtétellenállás nélküli ($R_1 = 0$) esetben a pontozottan jelölt vízszintes vonallal esne egybe.

Az egyenlet bal oldalának megfelelő grafikon egy olyan görbe, amely átmegy az origón, és ha a szénszál ellenállása nem függne a hőmérséklettől, akkor állandó meredekségű, tehát egyenes lenne (szaggatott vonal). A tényleges helyzet azonban az, hogy az áramerősség növekedtével a szénszál hőmérséklete emelkedik, az ellenállása (tehát az $U(I)/I$ hányados) lecsökken. Emiatt a függvény grafikonja egyre jobban eltér az origóbéli érintőjétől, még hozzá „lefelé”. Még az is előfordulhat, hogy $U(I)$ nem monoton növekvő függvény, hanem valamekkora maximuma van. Ebben az esetben kellően nagy U_0 -nál az előtétellenállás nélküli esetnek megfelelő pontozott vonallal nincs metszéspontja; nem alakul ki

stabil egyensúlyi áram. (Pozitív hőfoktényezőjú izzószál, pl. fémszál esetében ez a lehetőség kizárt!) Az előtétellenállást tartalmazó áramkörben azonban (elegendően nagy R_1 esetén) a két görbének biztosan lesz metszéspontja, tehát az áram beáll egy stabil I^* értékre.

Megjegyzés. A feladat megoldóitól nem vártuk el a fentiekhez hasonlóan részletes, számolással vagy grafikonokkal alátámasztott elemzést. A lényegét helyesen bemutató, de csak kvalitatív érvelést tartalmazó dolgozatok is maximális pontszámot kaptak. – A szerk.