

a) Jelölje m_1 az üres, m_2 a vízzel telt vödör tömegét. A vödör helyzeti energiája két mozgási energia összegévé alakul, t. i. magának a vödörnek haladó mozgásával kapcsolatos és a hengernek forgásából származó kinetikai energiává, tehát a szokásos jelölésekkel¹

1°.

$$(1) \quad \begin{aligned} m_1gh &= \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}K\omega^2 = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}Mr^2 \left(\frac{v}{r}\right)^2 \\ m_1gh &= \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{4}Mv^2 = \frac{1}{2}v^2 \left(m_1 + \frac{M}{2}\right) \dots \end{aligned}$$

Az egész rendszer mozgási energiája eszerint úgy számítható ki, mintha $m_1 + \frac{M}{2}$ tömegű test végezne haladó mozgást, azaz m_1g súly $m_1 + \frac{M}{2}$ tömegű testet mozgat. A haladó gyorsulás eszerint

$$(2) \quad a = \frac{2m_1}{2m_1 + M}g \text{ és az esés ideje } t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2h(2m_1 + M)}{2m_1g}} \dots$$

A megadott értékekkel: $t_1 = \sqrt{\frac{24 \cdot 20}{98}} = 2,21 \text{ sec.}$

2°. Ha a vödör vízzel tele, ugyanezen képletet használhatjuk, csak m_1 helyett m_2 -t kell vennünk és így

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h(2m_2 + M)}{m_2g}} = \sqrt{\frac{24 \cdot 40}{15 \cdot 9,8}} = 1,8 \text{ sec.}$$

b) 1)-ből

$$v_1 = \sqrt{\frac{4m_1gh}{2m_1 + M}} \text{ és így } \omega_1 = \frac{v_1}{r} = \frac{1}{0,08} \sqrt{\frac{20 \cdot 9,8 \cdot 12}{20}} = 135,5 \text{ sec}^{-1}.$$

Hasonlóan

$$v_2 = \sqrt{\frac{4m_2gh}{2m_2 + M}} \text{ és } \omega_2 = \frac{v_2}{r} = \frac{1}{0,08} \sqrt{\frac{60 \cdot 9,8 \cdot 12}{40}} = 166 \text{ sec}^{-1}.$$

Mezey Géza (Ciszterci Szent Imre rg. VII. o. Bp.)

Jegyzet: Az 1°. esetben az elért szögsebességnek a henger 21,5 teljes forgása felel meg mp-ként, a 2°. esetben 26,4 (t. i. $\frac{\omega}{2\pi} = n$).

¹ K a forgó henger tehetetlenségi nyomatéka, ω a szögsebessége; v a lineáris sebesség.