

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy a két erő támadási pontja közös. E két erő legyen  $p_1$ ,  $p_2$ , az általuk bezárt szög  $\alpha$  és eredőjük  $p$ . A feladat követelménye, hogy

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \alpha = p_1p_2$$

legyen, tehát

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \right].$$

Mint hogy  $\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} > 1$ ,  $\cos \alpha < 0$ ,  $90^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

Azonban a  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  esetekben a két erő által bezárt szög tekinthető negatív forgással keletkező tompaszögnek is, úgy hogy mondhatjuk:  $\alpha$  tompaszög.

Ismeretes, hogy ha  $a$ ,  $b$  pozitív számok, akkor

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$$

Eszerint

$$\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \geq 2,$$

és

$$\cos \alpha \leq -\frac{1}{2}, \quad 180^\circ \geq \alpha \geq 120^\circ,$$

azaz  $\cos \alpha$  legnagyobb értéke  $-\frac{1}{2}$ , akkor áll elő, ha  $p_1 = p_2$  és ekkor  $\alpha = 120^\circ$  az  $\alpha$  legkisebb értéke.

Mint hogy kell, hogy  $\cos \alpha \geq -1$  legyen, azért

$$\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \leq 3, \quad \text{vagyis} \quad p_1^2 + p_2^2 \leq 3p_1p_2$$

$$\text{ill.} \quad \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^2 - 3 \left( \frac{p_1}{p_2} \right) + 1 \leq 0.$$

Innen:

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \leq \frac{p_1}{p_2} \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$

Ez a feltétele annak, hogy két erő eredője a mértani középárányosukkal lehessen egyenlő.

*Egri György (Kölcsey Ferenc g. VIII. o. Bp.)*

*Jegyzet.* A  $\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \leq 3$  követelmény

$$p_1^2 - 2p_1p_2 + p_2^2 \leq p_1p_2, \quad \text{ill.} \quad |p_1 - p_2| \leq \sqrt{p_1p_2}$$

alakban is írható.  $|p_1 - p_2|$  a két erő eredője, tekintet nélkül az irányra, ha szögük  $180^\circ$ ; tehát ebben az esetben kell, hogy  $|p_1 - p_2|$  a két erő mértani középárányosával legyen egyenlő.