Az $a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n,\ \ldots$ valós számokból álló sorozat eleget tesz a következő egyenlőtlenség-láncnak:

$$1 = a_0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \ldots a_n \leq \ldots \tag{1}$$

Ezután a $b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_n,\ \ldots$ sorozatot a következőképpen definiáljuk:

$$b_n = \sum_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{a_{k-1}}{a_k}\right) \frac{1}{\sqrt{a}_k}. \tag{2}$$

Bizonyítsuk be, hogy

I. a $0 \leq b_n < 2$ egyenlőtlenségpár minden n-értékre fennáll ;

II. bármely adott és a $0 \leq c < 2$ egyenlőtlenségpárt kielégítő c valós szám esetén létezik olyan, az (1)-nek eleget tevő $a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n,\ \ldots$ sorozat, hogy a belőle képezett b_n számok közül végtelen sok nagyobb c-nél.