

Megmutatható, hogy

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$$

minden $a > 0$ mellett létezik és véges. Ezt a tényt felhasználva bizonyítsuk be, hogy a határértékek segítségével definiált

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$$

függvényre tetszőleges $u > 0$, $v > 0$ mellett teljesül

$$f(u \cdot v) = f(u) + f(v).$$