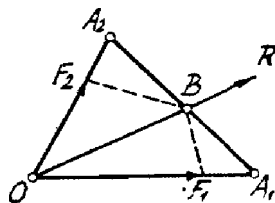


1⁰. Két pont esetében az O pontra ható erők nagysága

$$F_1 = km_1 OA_1 \text{ és } F_2 = km_2 OA_2.$$



Jelölje B azon pontot, amelyben a két erő \vec{OR} eredője az A_1A_2 távolságot metszi. Ismeretes, hogy két erő eredője bármely pontjának az összetevőktől való távolságai az összetevőkkel fordítva arányosak, amiből következik, hogy

$$(1) \quad t_{BOF_1} = t_{BOF_2} \dots$$

Azonban

$$\frac{t_{BOF_1}}{t_{BOA_1}} = \frac{OF_1}{OA_1} = km_1 \text{ és } \frac{t_{BOF_2}}{t_{BOA_2}} = \frac{OF_2}{OA_2} = km_2.$$

1)-be helyettesítve, keletkezik:

$$(2) \quad m_1 \cdot t_{BOA_1} = m_2 t_{BOA_2} \text{ azaz } m_1 \cdot BA_1 = m_2 BA_2 \dots$$

Eszerint a B pont az A_1A_2 távolságot a végpontokban elhelyezett tömegekkel fordított arányban osztja két részre. Számítsuk ki az OR eredőt. Ezen célra vegyük pl. az A_2 pontra vonatkozó forgató nyomatékokat. Minthogy F_2 az A_2 ponton halad keresztül, \vec{OR} nyomatéka egyenlő $\vec{OF_1}$ -ével, azaz

$$(3) \quad t_{A_2OR} = t_{A_2OF_1} \dots$$

Azonban

$$(4) \quad \frac{t_{A_2OR}}{t_{A_2OB}} = \frac{OR}{OB} \text{ és } \frac{t_{A_2OF_1}}{t_{A_2OA_1}} = \frac{OF_1}{OA_1} = km_1 \dots$$

Helyettesítve 4) szerint 3)-ba:

$$\frac{OR}{OB} t_{A_2OB} = km_1 t_{A_2OA_1}.$$

Innen

$$(5) \quad OR = km_1 OB \cdot \frac{t_{A_2OA_1}}{t_{A_2OB}} = km_1 OB \frac{A_2A_1}{A_2B} \dots$$

Minthogy 2) alapján

$$\frac{A_2A_1}{A_2B} = \frac{m_1 + m_2}{m_1},$$

keletkezik végül

$$OR = k(m_1 + m_2)OB.$$

Egyensúly áll elő, ha $OR = 0$, tehát $OB = 0$, azaz ha O a B pontban van. B az m_1 és m_2 tömegek középpontja.

2⁰. Az n tömegpont esetében az n vonzóerő egy erővel helyettesíthető, mely az n tömegpont S tömegközéppontja felé van irányítva és nagysága

$$k(m_1 + m_2 + \dots + m_n)OS.$$

Egyensúly akkor áll elő, ha $OS = 0$, azaz ha az O pont az S tömegközéppontba esik.