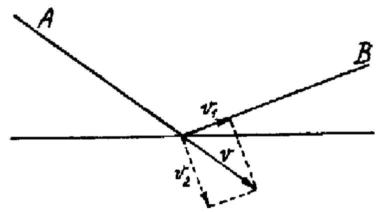
Az A lejtőn végigfutó m tömegű test v végsebességre tesz szert: $v = \sqrt{2gs\sin\alpha}$.



Ezen v sebességet felbontjuk két egymásra merőleges összetevőre; az egyik, v_1 a B lejtő irányában esik, a másik, v_2 az előbbire merőleges. A B lejtőn a v_1 kezdősebesség érvényesül:

$$v_1 = v\cos(\alpha + 30^\circ) = \sqrt{2gs\sin\alpha\cos^2(\alpha + 10^\circ)},$$

Az m tömegű pont a B lejtőn lehető legmagasabbra jut, ha v_1 értéke a legnagyobb. Vizsgálnunk kell tehát, hogy az

$$y = \sin\alpha\cos^2(\alpha + 30^\circ)$$

függvény α mely értéke mellett lesz maximum?

$$\begin{aligned}
y' &= \cos\alpha\cos^2(\alpha + 30^\circ) - 2\sin\alpha\cos(\sin +30^\circ\sin(\alpha + 30^\circ) = \\
&= \cos(\alpha + 30^\circ)\big[\cos\alpha\cos(\alpha + 30^\circ) - 2\sin\alpha\sin(\alpha + 30^\circ)\big] = \\
&= \cos(\alpha + 30^\circ)\left[\frac{1}{2}\big\{\cos(2\alpha + 30^\circ) + \cos 30^\circ\big\} - \big\{\cos 30^\circ - \cos(2\alpha + 30^\circ)\big\}\right] = \\
&= \cos(\alpha + 30^\circ)\left[\frac{3}{2}\cos(2\alpha + 30^\circ) - \frac{1}{2}\cos 30^\circ\right]
\end{aligned}$$

$y' = 0$, ha $\cos(\alpha + 30^\circ) = 0$, vagy ha a szögletes zárójelben foglalt kifejezés tűnik el.

I. $\cos(\alpha + 30^\circ) = 0$ mellett $\alpha + 30^\circ = 90^\circ$, $\alpha = 60^\circ$.

Ebben az esetben az A lejtő merőleges a B-re, $v_1 = 0$, azaz *az m golyó nem fut fel a B lejtőre.*[1]

II. $\dfrac{3}{2}\cos(2\alpha + 30^\circ) - \dfrac{1}{2}\cos 30^\circ = 0$, ha

$$\cos(2\alpha + 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{6}, \quad \text{ill.} \quad \alpha = 21^\circ 36'.$$

Ezen a helyen y' pozitív értékekből megy át negatív értékekbe, tehát itt az y függvénynek maximuma van.[2]

A golyó a B lejtőn

$$v_1 = \sqrt{2gs\,\sin 21^\circ 36'}\cos 51^\circ 36' = \sqrt{2g\cdot 100\,\sin 21^\circ 36'}\cos 51^\circ 36'$$

sebességgel indul el. Megáll akkor, ha

$$v_1 = g\sin 30^\circ\cdot t, \quad \text{azaz} \quad t = \frac{2v_1}{g}\ \text{sec}$$

múlva. Ezen idő alatt megtett út:

$$s' = v_1 t - \frac{1}{2}g\sin 30^\circ\cdot t^2 = \frac{2v_1^2}{g} - \frac{g}{4}\cdot\frac{4v_1^2}{g^2} = \frac{v_1^2}{g}$$

$$s' = \frac{2g\cdot 100\cdot\sin 21^\circ 36'\cos^2 51^\circ 36'}{g} = 200\,\sin 21^\circ 36'\cos^2 51^\circ 31'$$

$$s' \sim 28{,}4\ \text{cm}$$

Jegyzet. A megoldások nem fektetnek súlyt annak kimutatására, hogy az $\alpha = 21^\circ 36'$ érték mellett a vizsgált függvénynek valóban maximuma van.

[1] Akkor sem, ha $\alpha > 60^\circ$.

[2] Ha $\alpha < 21^\circ 36'$, akkor a $\frac{3}{2}\cos(2\alpha+30^\circ) - \frac{1}{2}\cos 30^\circ$ különbség első tagja nagyobb, mint $\frac{1}{2}\cos 30^\circ$; ellenben kisebb akkor, ha $\alpha > 21^\circ 36'$. y' másik tényezője, t. i. $\cos(\alpha + 30^\circ) > 0$ az $\alpha = 21^\circ 36'$ környezetében.