I. megoldás. Végezzük el a következő átalakításokat:

$$A(x;y) = xy(x^3+y^3+x^2+y^2+\underbrace{x+y}_{1}) =$$

$$= xy\left[(\underbrace{x+y}_{1})(x^2-xy+y^2)+x^2+y^2+1\right] =$$

$$= xy(\underbrace{x^2+2xy+y^2}_{1}+x^2-3xy+y^2+1) = xy(x^2-3xy+y^2+2) =$$

$$= xy(\underbrace{x^2+2xy+y^2}_{1}-5xy+2) = xy(3-5xy).$$

Az $a=xy$ jelölést bevezetve $A(x;y)=a(3-5a)$.

Ez az a-ban másodfokú kifejezés legnagyobb értékét az $a=\frac{3}{10}$ helyen veszi fel, a $\left]-\infty, \frac{3}{10}\right]$ intervallumban pedig szigorúan monoton növekedő. Az $x+y=1$ feltétel miatt a lehetséges legnagyobb értéke $\frac{1}{4}$, amit $x=y=\frac{1}{2}$ esetén vesz fel. Mivel $\frac{1}{4}<\frac{3}{10}$, megállapíthatjuk, hogy az $A(x;y)$ kifejezés legnagyobb értéke

$$A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}\left(3-\frac{5}{4}\right) = \frac{7}{16}.$$

II. megoldás. Helyettesítsünk A-ban y helyére $(1-x)$-et:

$$A(x;1-x) = f(x) = x^4(1-x)+x(1-x)^4+x^3(1-x)+x(1-x)^3+$$
$$+x^2(1-x)+x(1-x)^2, \quad \text{azaz}$$
$$f(x) = -5x^4+10x^3-8x^2+3x.$$

Szélsőértéke ott lehet a kifejezésnek, ahol az első deriváltja 0:

$$f'(x) = -20x^3+30x^2-16x+3=0,$$

amit így is írhatunk:

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)(-20x^2+20x-6)=0.$$

Az egyenletnek csak az $x=\frac{1}{2}$ a gyöke (a második tényezőnek nincs valós zérushelye). Maximuma pedig akkor lesz, ha ennél az értéknél a második deriváltja negatív:

$$f''(x) = -60x^2+60x-16,$$

behelyettesítve $x=\frac{1}{2}$-et:

$$(-60)\cdot\frac{1}{4}+60\cdot\frac{1}{2}-16=-1.$$

Tehát a kifejezésnek az $x=\frac{1}{2}$-nél maximuma van. Az $x+y=1$ alapján $y=\frac{1}{2}$.

Itt az eredeti kifejezés értéke: $A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{16}$.