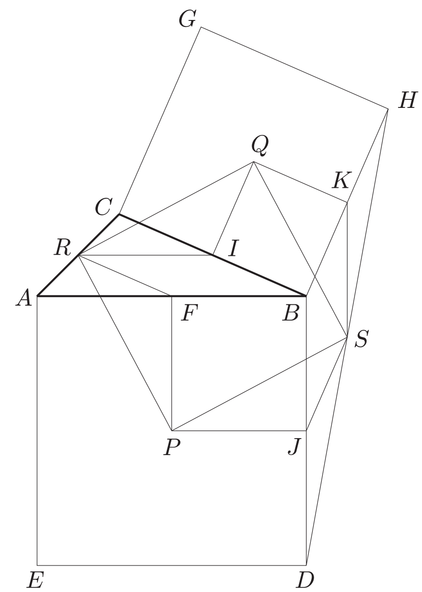
I. megoldás. Jelölje az AB szakasz felezőpontját F, a BC-ét I, a BD-ét J, a BH-ét pedig K. Mivel $PJBF$ négyzet, PJ párhuzamos és egyenlő az ABC háromszög RI középvonalával; hasonlóan JS párhuzamos és egyenlő IQ-val. Ezért (azonos körüljárásuk miatt) a PJS háromszög az RIQ háromszög eltoltja, így PS párhuzamos és egyenlő az RQ szakasszal. Ugyanígy adódik, hogy SQ párhuzamos és egyenlő PR-rel. A feladat megoldásához már csak azt kell megmutatni, hogy például a PS és a PR szakaszok egyenlők és egymásra merőlegesek. Forgassuk el ehhez a PJS háromszöget P körül $90°$-kal, így a J pont F-be kerül. Mivel JS a DBH háromszög BH oldalához tartozó középvonala, JS párhuzamos és egyenlő BK-val. Az RF szakasz viszont az ABC háromszög BC oldalához tartozó középvonala, ezért RF párhuzamos és egyenlő BI-vel. A BI és BK szakaszok a $BKQI$ négyzet szomszédos oldalai lévén merőlegesek és egyenlő hosszúságúak, ezért ugyanez teljesül a JS és FR szakaszokra is. Tehát (azonos körüljárásuk miatt) a PJS háromszöget P körül $90°$-kal elforgatva a PFR háromszöghöz jutunk, ezen belül PS a PR-be kerül. Ezzel állításunkat beláttuk.



II. megoldás. A feladat (és sok, ehhez hasonló kérdés) a komplex számok segítségével szinte gépiesen, bár némi számolással megoldható. Tekintsük ehhez a sík egy tetszőlegesen rögzített O pontját, és a belőle a sík különböző pontjaiba mutató vektorokat azonosítsuk a komplex számokkal. Jelöljük általában az $\overrightarrow{OP}$ vektort, illetve a neki megfelelő komplex számot p-vel. A számolás alapja egyrészt a komplex számok körében az alapműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok teljesülése, másrészt az, hogy az i-vel való szorzás az O körüli $90°$-os forgatásnak felel meg. A korábbi jelölésekkel ekkor

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{PS} &= s-p=\frac{1}{2}(h+d)-(f+\overrightarrow{FP})=\frac{1}{2}\big((b+\overrightarrow{BH})+(b+\overrightarrow{BD})\big)-(f+i\cdot\overrightarrow{FA})=\\
&=\frac{1}{2}\big(\big(b+i(b-c)\big)+\big(b+i(a-b)\big)\big)-\left(\frac{1}{2}(a+b)+i\frac{1}{2}(a-b)\right)=\\
&=\frac{1}{2}\big(-a+b(i+1)-ci\big),\\
\overrightarrow{SQ} &= q-s=\left(\frac{1}{2}(b+c)+i\frac{1}{2}(b-c)\right)-\frac{1}{2}\big(\big(b+i(b-c)\big)+\big(b+i(a-b)\big)\big)=\\
&=\frac{1}{2}\big(-ai+b(i-1)+c\big),\\
\overrightarrow{QR} &= r-q=\frac{1}{2}(a+c)-\left(\frac{1}{2}(b+c)+i\frac{1}{2}(b-c)\right)=\frac{1}{2}\big(a-b(i+1)+ci\big).
\end{aligned}$$

Látható, hogy

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{PS}\cdot i &= \frac{1}{2}\big(-a+b(i+1)-ci\big)i=\frac{1}{2}\big(-ai+b(-1+i)+c\big)=\overrightarrow{SQ},\\
\overrightarrow{SQ}\cdot i &= \frac{1}{2}\big(-ai+b(i-1)+c\big)\cdot i=\big(a+b(-1-i)+ci\big)=\overrightarrow{QR}.
\end{aligned}$$

Tehát PS $90°$-os elforgatottja SQ, az SQ $90°$-os elforgatottja QR, azaz $PSQR$ valóban négyzet.