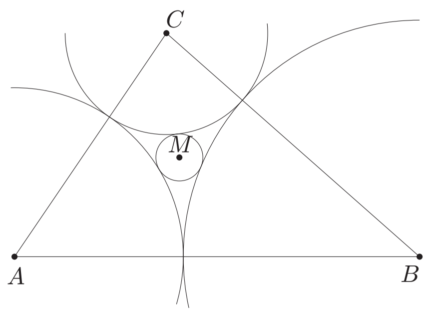
Megoldás. Először megmutatjuk, hogy létezik ilyen M pont, majd belátjuk, hogy csak egy ilyen pont van.

Nézzük az A középpontú $s-a$ sugarú, a B középpontú $s-b$ sugarú, valamint a C középpontú $s-c$ sugarú köröket. Ezek páronként érintik egymást, mert a középpontjaik távolsága megegyezik a sugaraik összegével. Pontosan egy olyan kör van, amely ezeket kívülről érinti, és egyiket sem tartalmazza (l. Apollóniusz-féle szerkesztések). Legyen ennek a körnek a középpontja M, sugara r. Ekkor $MA+BC=MB+AC=MC+AB=s+r$, azaz M megfelel a feltételnek.



Ezután belátjuk, hogy több ilyen pont nem létezhet.

Tegyük fel, hogy két ilyen pont van: M és N. Húzzuk meg az MA, MB, MC szakaszokat. Ekkor N valamelyik így keletkező háromszögtartományba vagy annak határára esik. Feltehető, hogy ez a háromszög az ABM háromszög. Ekkor a háromszög-egyenlőtlenség többszöri alkalmazásával nyerjük, hogy

$$MA+MB>NA+NB.$$

Emiatt $2(MA+BC)=MA+BC+MB+AC>NA+BC+NB+AC=2(NA+BC)$.

Cseréljük fel M és N szerepét, azaz N-ből húzzuk meg a csúcsokba vezető szakaszokat. Ekkor M lesz valamelyik kisebb háromszögben, így a fentiekhez hasonlóan azt kapjuk, hogy

$$2(NA+BC)>2(MA+BC).$$

Ez ellentmondás, tehát valóban csak egy ilyen pont létezhet.