Megoldás. Célszerű a belső szögek helyett a külső szögekre térni, hiszen ezek könnyebben kezelhetők, lévén egy konvex sokszög külső szögeinek összege 360°, másfelől a keresett párokra ezek eltérése is nyilván 1°. Ekkor a

$$\frac{360}{k}-\frac{360}{n}=1 \tag{1}$$

egyenlet megoldásainak a számát keressük, ahol $3\le k<n$ egész számok.

Mivel a különbség második tagja pozitív, azért a kisebbítendő határozottan nagyobb 1-nél. Ha tehát $m=360-k$, akkor $0<m<360$ pozitív egész. Az (1) egyenlet ekkor a

$$\frac{360}{360-m}-\frac{360}{n}=1$$

alakot ölti, ahonnan rendezés után az

$$m(n+360)=360^2 \tag{2}$$

egyenletet kapjuk, ahonnan következik, hogy m a 360^2 osztója.

Megfordítva, ha $0<m<360$ és $m\mid 360^2$, akkor $m<358$ (könnyen ellenőrizhető, hogy az m legnagyobb szóba jövő értéke 324) és ekkor a $3\le k=360-m$, $n=k\cdot\dfrac{360}{m}$ választással

$$\frac{360}{k}-\frac{360}{n}=\frac{360}{k}-\frac{m}{k}=\frac{360-m}{k}=1.$$

Innen persze $k<n$ is következik. Az is nyilvánvaló, hogy a 360^2 különböző 360-nál kisebb osztói különböző $(k;n)$ párokat szolgáltatnak, így a feladat megoldásához a 360^2 azon osztóinak a számát kell megkeresnünk, amelyek kisebbek 360-nál.

Prímtényezők szorzatára bontva $360^2=2^6\cdot3^4\cdot5^2$. Az osztók száma tehát az ismert módon $(6+1)(4+1)(2+1)=105$. Közülük a 360-at elhagyva a megmaradt 104 osztó az ismert módon 52 párba rendezhető úgy, hogy minden egyes pár tagjai különbözők és a szorzatuk 360^2. Így minden egyes párnak pontosan az egyik tagja kisebb, mint 360, a keresett osztók száma 52, ami egyúttal a válasz a feladat kérdésére.

Megjegyzés. Ellenőrizhető, hogy a legkisebb $(k;n)$ párban $k=36$ és $n=40$ (az előbbi belső szöge 350°, az utóbbié 351°), a legnagyobbikban pedig $k=359$ és $n=129\,240$ (az előbbi belső szöge $\approx 358{,}997°$, az utóbbié $\approx 359{,}997°$).