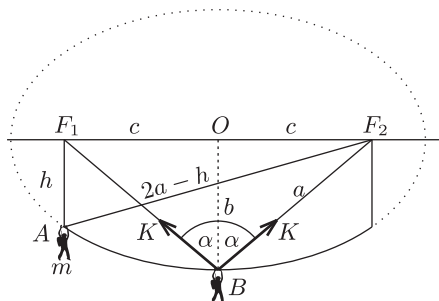


**Megoldás.** a) Jelöljük a kötéel végeinek rögzítési pontjait  $F_1$ -gyel és  $F_2$ -vel. A csiga ezen pontoktól mért távolságának összege  $2a = 75$  m, vagyis állandó, tehát a csiga  $2a$  nagytengelyű ellipszispályán (pontosabban annak egy részén) mozog.



Az ellipszis fókuszpontjainak távolsága  $2c = 60$  m, így az ellipszis jellemző adatai:

$$a = 37,5 \text{ m}, \quad c = 30 \text{ m}, \quad b = \sqrt{a^2 - c^2} = 22,5 \text{ m}.$$

Az  $F_1 F_2 A$  derékszögű háromszögből Pitagorasz tétele segítségével kiszámíthatjuk a  $h = F_1 A$  távolságot:

$$(2a - h)^2 = (2c)^2 + h^2, \quad \text{ahonnan} \quad h = \frac{a^2 - c^2}{a} = 13,5 \text{ m}.$$

A katona sebessége a pálya legalsó,  $B$  pontjánál lesz a legnagyobb, nevezetesen (az energiamegmaradás tétele alapján számolva):

$$v = \sqrt{2g(b - h)} = 13,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) A pálya legmélyebb pontjában a kötelet feszítő erőt jelöljük  $K$ -val, a köteleknek a függőlegessel bezárt szögét  $\alpha$ -val, az ellipszis görbületi sugarát pedig  $R$ -rel! A katona mozgásegyenlete a  $B$  pontban:

$$m \frac{v^2}{R} = 2K \cos \alpha - mg.$$

Felhasználva, hogy  $\cos \alpha = \frac{b}{a}$ , továbbá a görbületi sugár a kistengely végpontjában  $R = \frac{a^2}{b}$ , a keresett kötélertő:

$$K = \frac{mg}{2} \left( \frac{2(b - h)}{a} + \frac{a}{b} \right) \approx 950 \text{ N}.$$

*Megjegyzés.* A görbületi sugárra vonatkozó képlet helyességét a következő fizikai megfontolással láthatjuk be. Képzeld el, hogy egy test vízszintes irányban  $a$  amplitúdójú és  $\omega$  körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgást végez, függőlegesen pedig ugyancsak  $\omega$  körfrekvenciával, de  $b$  amplitúdóval és a vízszintes mozgáshoz képest  $90^\circ$ -kal eltolt fázissal rezeg:

$$x(t) = a \cos(\omega t), \quad y(t) = b \sin(\omega t).$$

Ez a test  $a$  és  $b$  féltengelyű ellipszis alakú pályán mozog, hiszen fennáll, hogy

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

A pálya legmélyebb pontjában a test sebessége vízszintes, nagysága  $v = a\omega$ , gyorsulása pedig függőlegesen felfelé irányuló és  $b\omega^2$  nagyságú. Másrészt viszont egy  $R$  sugarú pályán  $v$  sebességgel mozgó test centripetális gyorsulása  $\frac{v^2}{R}$ . A gyorsulásra kapott kétféle képletet összehasonlítva

$$\frac{(a\omega)^2}{R} = b\omega^2, \quad \text{ahonnan} \quad R = \frac{a^2}{b}.$$

Mivel a görbületi sugár a görbére jellemző geometriai adat, ami nem függ a görbe mentén mozgó test mozgásformájától, a harmonikus rezgőmozgásból kapott képlet a feladatunkban szereplő katona bonyolultabb mozgására is alkalmazható.