Megoldás. A kívánt mozgás létrejöttének két feltétele van:

1. A kis test végigcsúszik a lejtőn, tehát a mozgása során a rugó nem emeli fel a lejtőről.
2. A kis test pontosan a lejtő alján áll meg, korábban a sebessége sehol nem csökkenhet nullára.

Az energiamegmaradás törvénye kapcsolatot teremt a test tömege, a rugóállandó, a lejtő magassága és a hajlásszög között:

$$\frac{1}{2}Dh^2(\operatorname{ctg}\alpha-1)^2=mgh. \tag{1}$$

Az 1. feltétel teljesüléséhez a test és a lejtő közötti nyomóerőt kell megvizsgálnunk; ennek az erőnek nem szabad negatív értéket felvennie. A nyomóerő akkor a legkisebb, amikor a rugó éppen merőleges a lejtőre (ekkor legnagyobb a rugó által kifejtett erő, és a rugóerő iránya is éppen olyan, hogy a legnagyobb mértékben csökkentse a kis test és a lejtő közötti erőt). A lejtőn maradás feltétele:

$$Dh(1-\cos\alpha)\le mg\cos\alpha,$$

amit (1)-gyel összevetve a hajlássszögre az

$$1-\cos\alpha\le\frac{\cos\alpha}{2}(\operatorname{ctg}\alpha-1)^2$$

egyenlőtlenséget kapjuk. Ennek numerikus megoldásával (néhány érték behelyettesítésével, majd a határeset egyre pontosabb behatárolásával)

$$\alpha\le\alpha_{\text{krit}}\approx 32{,}0^\circ \tag{2}$$

adódik.

A második feltétel teljesüléséhez a test energiaviszonyait kell megvizsgálnunk. Tételezzük fel, hogy a kis test a valamekkora út megtétele után megáll. Ha ez $k\cdot h$ magasságban, azaz $(1-k)h\operatorname{ctg}\alpha$ vízszintes elmozdulás után következik be, akkor a rugó hossza ebben a helyzetben $h\sqrt{k^2+(1-k)^2\operatorname{ctg}^2\alpha}$ lesz, s így az energiamegmaradás tétele szerint fennáll

$$\frac{1}{2}D\left(h\sqrt{k^2+(1-k)^2\operatorname{ctg}^2\alpha}-h\right)^2=mg(1-k)h.$$

Innen (1) felhasználásával a

$$\left(\sqrt{k^2+(1-k)^2\operatorname{ctg}^2\alpha}-1\right)^2=(1-k)(\operatorname{ctg}\alpha-1)^2 \tag{3}$$

összefüggést kapjuk. Ennek az egyenletnek (tetszőleges α mellett) $k=0$ és $k=1$ megoldása, ezek az indulás helyének és a lejtő aljának felelnek meg. Amennyiben (3) egyenletnek van más megoldása is a $0<k<1$ intervallumon, úgy a kis test nem érkezhet le a lejtő aljához, sebessége már hamarabb nullává válik.

Megjegyzés. Ez biztosan bekövetkezik, ha $\alpha>45^\circ$. Ilyenkor ugyanis a kis testnek át kellene haladnia egy olyan helyzeten, amelynél a rugó éppen olyan hosszú, mint a legalsó, vízszintes állapotában. Ez nem lehetséges, mert a kérdéses helyzetben a rugóenergia ugyanakkora, a test helyzeti energiája pedig nagyobb, mint vízszintes rugóállásnál; a kis test mozgási energiája tehát kisebb kellene legyen, mint a lejtő aljánál érvényes nulla érték.

A (3) egyenlet grafikus – vagy akár algebrai – vizsgálata azt mutatja, hogy $\alpha<45^\circ$ esetén nincs megoldása $0<k<1$-ra, így a (2) feltétel által már élesebben korlátozott tartományban nem fordulhat elő, hogy a kis test a lejtőn valahol megáll.

A lejtő alján a rugóerő $Dh(\operatorname{ctg}\alpha-1)$, ennek lejtő irányú, felfelé húzó komponense $Dh(\operatorname{ctg}\alpha-1)\cos\alpha$. A kis testre ható nehézségi erő $mg\sin\alpha$ összetevője lefelé húzza a testet, az eredőből számolt gyorsulás tehát

$$a=\frac{Dh}{m}(\operatorname{ctg}\alpha-1)\cos\alpha-g\sin\alpha,$$

ami (1) felhasználásával így is írható:

$$a=\left[\frac{2\cos\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha-1}-\sin\alpha\right]g.$$