

Megoldás. Legyen a félgömb középpontját a labda középpontjával összekötő egyenes és a függőleges hajlásszöge α . A labda tömegközéppontjának sebességét v -vel, érintő irányú gyorsulását a -val, a felületek közötti nyomóerőt pedig N -nel jelöljük. A labda megcsúszásának pillanatában a súrlódási erő $S = \mu N$, így a mozgásegyenletek:

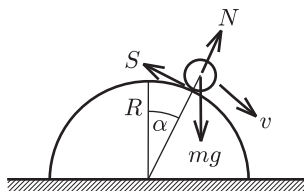
$$(1) \quad mg \sin \alpha - \mu N = ma,$$

$$(2) \quad m \frac{v^2}{R+r} = mg \cos \alpha - N.$$

A forgómozgásra vonatkozó mozgásegyenlet:

$$(3) \quad \Theta \frac{a}{r} = \mu N r,$$

ahol (a labdát homogén tömegeloszlású tömör gömbnek tekintve) $\Theta = \frac{2}{5} m r^2$.



Amíg a labda nem csúszik meg, a mechanikai energiája megmarad:

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \Theta \left(\frac{v}{r} \right)^2 = mg (R+r) (1 - \cos \alpha),$$

ahonnan

$$(4) \quad v^2 = \frac{10}{7} g (R+r) (1 - \cos \alpha).$$

(1)-ből és (3)-ból

$$a = \frac{5}{7} g \sin \alpha,$$

(2)-ből és (4)-ből pedig

$$N = mg \left(\frac{17}{7} \cos \alpha - \frac{10}{7} \right).$$

Ezeket (3)-ba helyettesítve a megcsúszás helyzetére jellemző szög és a súrlódási együttható között a következő egyenletet kapjuk:

$$2 \sin \alpha = 17 \mu \cos \alpha - 10 \mu.$$

Négyzetre emelés után $\cos \alpha$ -ra egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$(289 \mu^2 + 4) \cos^2 \alpha - 340 \mu^2 \cos \alpha + 100 \mu^2 - 4 = 0,$$

melynek számunkra érdekes megoldása (μ megadott számértékénél):

$$\cos \alpha \approx 0,87, \quad \text{azaz} \quad \alpha \approx 29^\circ.$$

Érdekes, hogy a megcsúszás szöge csak a súrlódási együtthatótól függ, a labda és a félgömb méretarányától nem.

A súrlódási erő nagysága a megcsúszás pillanatában:

$$S = mg \mu \left(\frac{17}{7} \cos \alpha - \frac{10}{7} \right) \approx 0,27 \text{ N}.$$