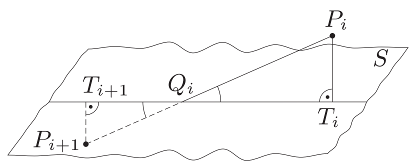
Megoldás. Legyen a sík S. Mivel S minden P_iP_{i+1} szakaszt belső pontban metsz, azért a P_i pontok közül egyiken sem megy át. Legyen T_i a P_i pont S-en lévő merőleges vetülete. Ekkor a P_iP_{i+1} szakasz merőleges vetülete T_iT_{i+1}, ezért T_iT_{i+1} átmegy Q_i-n és

$$P_iQ_iT_i\sphericalangle = P_{i+1}Q_iT_{i+1}\sphericalangle.$$



Tehát a $P_iQ_iT_i$ és a $P_{i+1}Q_iT_{i+1}$ derékszögű háromszögek hasonlóak, így megfelelő oldalaik aránya megegyezik:

$$\frac{P_iT_i}{P_iQ_i} = \frac{P_{i+1}T_{i+1}}{P_{i+1}Q_i}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{P_iT_i}{P_{i+1}T_{i+1}} = \frac{P_iQ_i}{P_{i+1}Q_i}.$$

Tehát

$$\frac{P_1Q_1}{Q_1P_2} \cdot \frac{P_2Q_2}{Q_2P_3} \cdot \ldots \cdot \frac{P_{n-1}Q_{n-1}}{Q_{n-1}P_n} \cdot \frac{P_nQ_n}{Q_nP_1} = \frac{P_1T_1}{P_2T_2} \cdot \frac{P_2T_2}{P_3T_3} \cdot \ldots \cdot \frac{P_{n-1}T_{n-1}}{P_nT_n} \cdot \frac{P_nT_n}{P_1T_1} = 1,$$

ami éppen a bizonyítandó állítás.