Megoldás. Mivel a $\{3x\}$ és a $\{x\}$ függvény értékek is az x és $x+1$ helyeken megegyeznek, elegendő az egyenletet a $0 \le x < 1$ intervallumban vizsgálni. Három esetet különböztetünk meg.

1) Ha $0 \le x < \dfrac{1}{3}$, akkor a függvény $(3x)^2 + x^2$, azaz az

$$9x^2 + x^2 = 1$$

egyenletet kell megoldani. Ekkor a megoldás $x = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$, s ez valóban az adott intervallumba esik.

2) Ha $\dfrac{1}{3} \le x < \dfrac{2}{3}$, akkor a függvény $(3x-1)^2 + x^2$, az egyenlet pedig

$$9x^2 = 6x + 1 + x^2 = 1,$$

ahonnan $10x^2 = 6x$ és $x = \dfrac{3}{5}$. Könnyen ellenőrizhetjük, hogy ez is a kijelölt intervallumba esik.

3) Ha $\dfrac{2}{3} \le x < 1$, akkor a függvény $(3x-2)^2 + x^2$ és a megoldandó egyenlet:

$$10x^2 - 12x + 3 = 0.$$

Innen $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{6}}{10}$. Az $x_1 = \dfrac{6+\sqrt{6}}{10} \approx 0{,}8449$ a megfelelő intervallumba esik, $x_2 = \dfrac{6-\sqrt{6}}{10} \approx 0{,}3551$ viszont nem.

Az egyenletnek tehát végtelen sok megoldása van: minden egész n-re az $[n, n+1)$ intervallumban három:

$$n + \frac{1}{\sqrt{10}}, \quad n + \frac{3}{5} \quad \text{és} \quad n + \frac{6+\sqrt{6}}{10}.$$