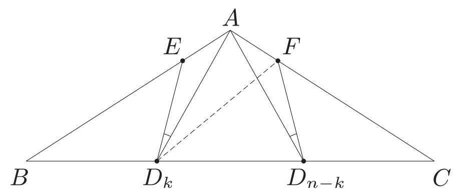
Megoldás. Legyen az AC szakaszt $1:(n-1)$ arányban osztó pont F. A bizonyítandó állítás ekvivalens azzal, hogy

$$2(AD_1E\sphericalangle + AD_2E\sphericalangle + \ldots + AD_{n-1}E\sphericalangle) = \alpha. \tag{1}$$

Mivel az egyenlő szárú háromszög szimmetriája miatt $AD_kE\sphericalangle = AD_{n-k}F\sphericalangle$, továbbá $AD_kE\sphericalangle + AD_kF\sphericalangle = ED_kF\sphericalangle$ (*1. ábra*), azért az (1) bal oldalán álló összeg

$$ED_1F\sphericalangle + ED_2F\sphericalangle + \ldots + ED_{n-1}F\sphericalangle. \tag{2}$$

Megmutatjuk, hogy a (2) összeg tetszőleges ABC háromszögben egyenlő a BAC szöggel, amennyiben az E, F, illetve a D_i pontok a megfelelő arányban osztják a háromszög oldalait.

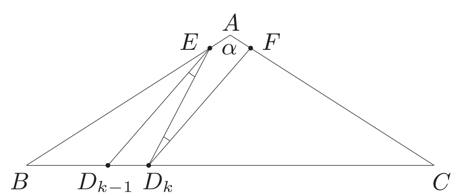


1. ábra

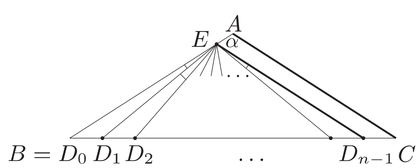
Vegyük észre, hogy a $D_{k-1}D_kFE$ négyszögek ($1 \le k \le n-1$, $D_0 = B$) parallelogrammák, hiszen a párhuzamos szelők tételének a szelő szakaszokra vonatkozó állítása szerint $D_{k-1}D_k$ párhuzamos és egyenlő EF-fel (*2. ábra*). Ezekben a parallelogrammákban

$$ED_kF\sphericalangle = D_{k-1}ED_k\sphericalangle,$$

vagyis a (2)-ben szereplő összeg a közös E csúcsú $D_{k-1}ED_k$ szögek összege: éppen $D_0ED_{n-1}\sphericalangle = BED_{n-1}\sphericalangle$ (*3. ábra*). Miután pedig a párhuzamos szelők tétele szerint $ED_{n-1} \parallel AC$, azért $BED_{n-1}\sphericalangle = BAC\sphericalangle$, és ezt akartuk bizonyítani.



2. ábra



3. ábra

Megjegyzés. A feladat a **B. 3764.** feladat (kitűzve a 2004. novemberi számban) általánosítása.