Megoldás. A mértani sorozat első eleme $a_1 = 6$. A sorozat hányadosa nem 1, hiszen akkor az első n elemének összege: $\frac{45}{4} = 6n$, azaz $n = \frac{45}{24}$ lenne, ami nem egész. Az ismert képlet szerint: $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$, azaz

$$6 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{45}{4}.$$

Rendezzük az egyenletet:

$$q^n - 1 = \frac{15}{8}(q - 1). \tag{1}$$

Ismeretes, hogy egy mértani sorozat elemeinek reciprokai is mértani sorozatot alkotnak. Ennek hányadosa $\frac{1}{q}$, így a feltétel szerint

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^n - 1}{\frac{1}{q} - 1}.$$

Végezzük el a kijelölt műveleteket. Rendezés után kapjuk, hogy

$$q^n - 1 = 15(q^n - q^{n-1}). \tag{2}$$

Helyettesítsük (2)-be az (1)-ből $(q^n - 1)$-re kapott kifejezést:

$$\frac{15}{8}(q - 1) = 15(q^n - q^{n-1}) = 15\, q^{n-1}(q - 1).$$

Osztva a $15(q - 1) \neq 0$-val: $\frac{1}{8} = q^{n-1}$, innen $q^n = \frac{1}{8}q$. Ezt (1)-be beírva kapjuk, hogy $\frac{1}{8}q - 1 = \frac{15}{8}(q - 1)$, ahonnan $q = \frac{1}{2}$ és $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16}$-ból $n = 4$.

Az első sorozat elemei: 6, 3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$; ezek összege valóban $\frac{45}{4}$.

A második sorozat elemei: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$ és $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$.