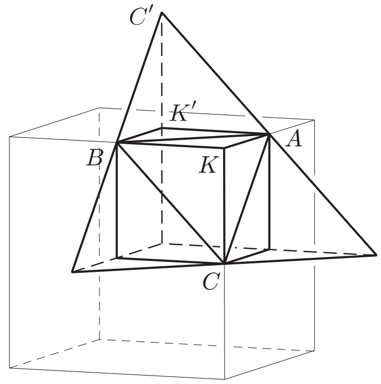
Megoldás. Legyen K az adott kocka egy csúcsa, A, B, C pedig a belőle kiinduló élek felezőpontjai (*ábra*). A 2 egység élű kocka egy csúcsából kiinduló három élének felezőpontján átmenő valamennyi sík a kockából egy olyan, szabályos háromszög alapú egyenes gúlát vág le, melynek oldallapjai páronként merőlegesek egymásra. Ha ezeket a gúlákat tükrözzük valamelyik élükre (pl. az *ábrán* látható $ABCK$ gúlát az AB élére), akkor a gúla negyedik csúcsa az élt tartalmazó kockalap középpontjába kerül (K képe K'), a merőlegessségek miatt pedig a tükörtengellyel szemközti oldalél képe éppen a megfelelő kockalap középpontjában a lapra állított 1 egység hosszú merőleges szakasz lesz (KC képe $K'C'$).



Tekintsük a kocka éleinek felezőmerőleges síkjait. Ez a három sík (párhuzamos élekhez ugyanaz a sík tartozik) a 2 egység élű kockát nyolc darab 1 egység élű kockára bontja. Mivel ezen síkok páronkénti metszésvonalai éppen a kocka lapközéppontjaiban a lapokra állított merőleges egyenesek, azért az előzőek szerint ezek a síkok a feladatban szereplő konvex testet is 8 egybevágó részre bontják.

Egy-egy ilyen részt úgy kaphatunk, hogy az 1 egység élű kockából levágunk egy gúlát (az $ABCK$-t), majd pedig hozzáillesztünk három, a levágottal egybevágó gúlát (a levágott gúla AB, BC és CA élekre vonatkozó tükörképeit). Mivel a gúla egy csúcsban találkozó mindhárom éle 1 egység, és ezek az élek páronként merőlegesek egymásra, a gúla térfogata $\frac{1}{6}$. Vagyis egy nyolcadrész térfogata $1+(3-1)\cdot\frac{1}{6}=\frac{4}{3}$, tehát a keletkező konvex test (ami egyébként szabályos oktaéder) térfogata $8\cdot\frac{4}{3}=\frac{32}{3}$.