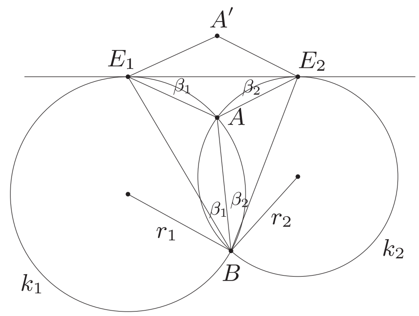
Megoldás. Feltehetjük, hogy A közelebb van az E_1E_2 egyeneshez, mint B. Tükrözzük A-t E_1E_2-re, legyen a tükörkép A'. Ekkor az AE_1E_2 és az $A'E_1E_2$ háromszögek egybevágóak, ezért a körülírt köreik sugara egyenlő. Megmutatjuk, hogy az $A'E_1E_2$ háromszög körülírt körén B is rajta van.



Legyen $E_iBA\sphericalangle = \beta_i$ $(i = 1, 2)$. Ekkor β_i a k_i körben az E_iA húrhoz tartozó kerületi szög, ami megegyezik az ugyanezen húrhoz tartozó érintőszárú kerületi szöggel, tehát $E_2E_1A\sphericalangle = \beta_1$ és $E_1E_2A\sphericalangle = \beta_2$. Mivel az E_1AE_2 háromszög szögeinek összege $180°$,

$$E_1AE_2\sphericalangle = 180° - (\beta_1 + \beta_2).$$

De az AE_1E_2 és az $A'E_1E_2$ háromszögek egybevágósága miatt $E_1A'E_2\sphericalangle = E_1AE_2\sphericalangle$, tehát

$$\begin{aligned} E_1A'E_2\sphericalangle + E_1BE_2\sphericalangle &= E_1A'E_2\sphericalangle + E_1BA\sphericalangle + E_2BA\sphericalangle = \\ &= \big(180° - (\beta_1 + \beta_2)\big) + \beta_1 + \beta_2 = 180°, \end{aligned}$$

vagyis az E_1BE_2A' négyszög húrnégyszög.

Ezért az E_1BE_2 háromszög köré írható kör sugara megegyezik az $E_1A'E_2$ háromszög köré írható kör sugarával, ami pedig egyenlő az E_1AE_2 háromszög köré írható kör sugarával, s így a feladat állítását beláttuk.

Megjegyzés. Ha k_i sugara r_i, az E_1BE_2 és az E_1AE_2 háromszögek köré írható kör sugara pedig R, akkor az E_1AE_2 valamint az E_1AB és az E_2AB háromszögekben az általánosított szinusztétel szerint

$$\sin\beta_1 = \frac{E_2A}{2R} = \frac{E_1A}{2r_1} \quad \text{és} \quad \sin\beta_2 = \frac{E_1A}{2R} = \frac{E_2A}{2r_2}.$$

Ezekből átrendezéssel kapjuk, hogy

$$\frac{E_2A}{E_1A} = \frac{2R}{2r_1} = \frac{2r_2}{2R},$$

vagyis $R = \sqrt{r_1 \cdot r_2}$.