

Megoldás. Jelöljük a keresett számot A -val, számjegyeinek összegét x -szel. A feladat követelménye szerint $A = 14x$. Tudjuk, hogy ha egy számból kivonjuk a számjegyeinek összegét, akkor 9-cel osztható számot kapunk; így $14x - x = 13x$ osztható 9-cel. Ekkor viszont az x is 9-cel osztható. Mivel a keresett szám (a 9-hez relatív prím) 14-gyel is osztható, szükségképpen osztható $9 \cdot 14 = 126$ -tal. A 126 háromjegyű többesei közül az első négy: 126 , $2 \cdot 126 = 252$, $3 \cdot 126 = 378$, $4 \cdot 126 = 504$. Ezek közül egyedül a 126 megoldás. A háromjegyű számok körében nincs is több megoldás, hiszen egy ilyen szám jegyeinek összege kisebb, mint $3 \cdot 10 = 30$, a jegyösszeg 14-szerese pedig kisebb, mint $30 \cdot 14 = 420$.

Megmutatjuk, hogy a négy-, vagy annál több jegyű számok körében sincs megoldása a feladatnak. Ha ugyanis A egy ilyen n -jegyű szám lenne, ahol n legalább 4, akkor A legalább 10^{n-1} , számjegyeinek összege viszont legfeljebb $9n$. Ezért $A = 14x \leq 14 \cdot 9n = 126n$, így $10^{n-1} \leq 126n$. Azonban $n = 4$ -re $126n = 126 \cdot 4 < 1000 = 10^{n-1}$, és n növekedtével 10^{n-1} „sokkal gyorsabban” nő, mint $126n$: ha ugyanis (valamilyen $n \geq 4$ pozitív egészre) már tudjuk, hogy $10^{n-1} > 126n$, akkor az n következő értékére:

$$10^n = 10^{n-1} \cdot 10 > 126n \cdot 10 > 126n \cdot \frac{n+1}{n} = 126(n+1),$$

vagyis az egyenlőtlenség $(n+1)$ -re is igaz; tehát minden $n \geq 4$ értékre teljesül. A feladat feltételeinek egyedül a 126 felel meg.