I. megoldás. Számítsuk ki, hogy mekkora az egyik, I_1 erősségű árammal átjárt tekercs mágneses indukcióvektorának tengely irányú komponense a tekercs végénél! A tekercs belsejében (a végeitől messze) az indukcióvektor párhuzamos a tengellyel, és a nagysága $B = \mu_0 I_1\, n$. Képzeletben tegyünk egy másik, ugyanolyan tulajdonságú tekercset az eredeti tekercsünk mellé úgy, hogy a végeik éppen érintkezzenek. Az eredő indukcióvektor nagysága most B lesz, és mivel (a szimmetria miatt) mindkét tekercs ugyanolyan mértékben járul hozzá a tengellyel párhuzamos indukcióvektorhoz, egyetlen tekercs végénél az indukcióvektor tengellyel párhuzamos komponense $B/2$ kell legyen.

Vizsgáljuk most a feladatban szereplő két tekercset, méghozzá rögtön az általánosabb *b*) kérdésben szereplő áramokkal! (Az *a*) kérdés nyilván speciális esete *b*)-nek.) Az egyik tekercs mágneses teréből származó

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_1\, n}{2} A \tag{1}$$

nagyságú mágneses fluxus behatol a másik tekercsbe, majd annak palástján keresztül ki is lép belőle. (Ha a tekercsek elegendően hosszúak, akkor az egyik tekercs mágneses teréből származó fluxusnak az a része, amely a másik tekercs „túlsó” végén lép ki, elhanyagolhatóan kicsi.)

Vizsgáljuk most az egyik tekercs mágneses indukcióvektorának a másik tekercsben folyó áramokra kifejtett erőhatását! A tengellyel párhuzamos indukció-komponens nem fejt ki eredő erőt a körnek tekinthető menetekben folyó áramokra (hiszen ilyenkor sugár irányú az erő), elegendő tehát csak a tengelyre merőleges komponensekkel foglalkoznunk. Jelöljük a tekercs végétől számított i-edik menet helyén fellépő indukcióvektor tengelyre merőleges komponensét B_i-vel! Ekkor az egyes, $2\sqrt{A\pi}$ hosszúságú menetekre kifejtett erő nagysága $F_i = 2\sqrt{A\pi}\, B_i\, I_2$, a tekercs egészére ható erő pedig

$$F = \sum_i F_i = 2\sqrt{A\pi}\, I_2 \sum_i B_i. \tag{2}$$

Másrészt tudjuk, hogy az egyik tekercs teréből származó mágneses fluxusnak a másik tekercsen áthaladó része

$$\Phi = \sum_i \left(2\sqrt{A\pi}\, \frac{1}{n}\, B_i \right) = \frac{\mu_0 I_1\, n}{2} A. \tag{3}$$

(Kihasználtuk, hogy egységnyi hosszra n menet jut, az egyes menetek távolsága tehát $1/n$, továbbá hogy a sűrűn tekercselt tekercs egy-egy menete mentén a mágneses indukció tengelyre merőleges komponense állandónak vehető.)

A (3) összefüggésből kifejezhetjük $\sum B_i$-t és azt (2)-be helyettesíthetjük, így a kérdéses erőre végül

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2\, n^2\, A}{2}$$

adódik, amely az *a*) kérdésben szereplő esetben $F = \dfrac{\mu_0}{2} I^2 n^2 A$ alakra egyszerűsödik.

II. megoldás. Tekintsük először az *a*) kérdésnek megfelelő $I_1 = I_2 = I$ esetet. Tegyük fel, hogy mindkét tekercs szupravezető (nulla elektromos ellenállású) vezetékekből készült, s mindkettőt rövidre zártuk. (A tekercsek közötti erőhatás csak az áramerősségek és az ezekkel arányos mágneses térerősségek nagyságától függ, a vezetékek ellenállásától nem; a feladat szempontjából tehát lényegtelen, hogy miként tartjuk fenn a megadott áramokat, külső áramforrásokkal, vagy éppen forrás nélküli szupravezetőkkel.)

Ha mindkét tekercsben ugyanakkora az áram erőssége, tekinthetjük a rendszert egyetlen ℓ hosszúságú tekercsnek, melynek $N = n\,\ell$ menete van. Ezen tekercsben a mágneses fluxus $\Phi = LI$, ahol

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \tag{1}$$

a tekercs önindukciós együtthatója.

A tekercs mágneses energiája

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{\Phi^2}{2L}. \tag{2}$$

Távolítsuk el gondolatban a tekercs két részét egymástól valamekkora Δx távolsággal! Ezt, ha Δx olyan kicsiny, hogy az elmozdítás közben a féltekercsek között ható F erő állandónak tekinthető, $\Delta W = F \cdot \Delta x$ munkavégzéssel tehetjük meg. A végzett munka a rendszer mágneses energiáját növeli, tehát éppen a (2) képlettel megadott W megváltozásával egyenlő. Célszerű a második, a fluxussal kifejezett alakot használnunk, hiszen a tekercsek széthúzásakor L is és I is megváltozik, a Φ fluxus viszont változatlan kell maradjon (ellenkező esetben végtelen nagy áram indukálódna a nulla ellenállású vezetőben). Így tehát

$$\Delta W = \frac{\Phi^2}{2} \cdot \Delta \frac{1}{L} = \frac{\Phi^2}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0 N^2 A} \cdot \Delta x.$$

A ΔW-re kapott kétféle kifejezés összehasonlításából az erőre

$$F = \frac{\Phi^2}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0 N^2 A} = \frac{\mu_0 I^2 n^2 A}{2}$$

adódik.

b) Ha mindkét tekercsben I_1 erősségű áram folyik, a tekercsek között

$$F = \frac{\mu_0 I_1^2 n^2 A}{2}$$

erő hat. Amennyiben az egyik tekercs áramerősségét I_2/I_1 arányban megnöveljük, az erőhatásnak is ugyanilyen arányban kell megváltoznia (hiszen egy adott erősségű mágneses térben levő vezetőre ható erő arányos a vezetőben folyó áram erősségével), tehát

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2\, n^2 A}{2}$$

lesz.