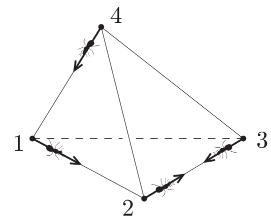
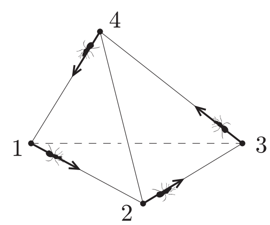
Megoldás. Számozzuk meg a tetraéder csúcsait 1-től 4-ig. Egy helyzetváltoztatást az $1,\ldots,4$ számokból készített számnégyessel írhatunk le. A $(2,3,2,1)$ számnégyes például azt jelenti, hogy az 1. csúcsban ülő hangya a 2. csúcs felé, a 2. csúcsban ülő hangya a 3-as csúcs felé, a 3. csúcsban ülő hangya a 2-es csúcs felé és végül a 4. csúcsban ülő hangya az 1-es csúcs felé mozdul el.



Az összes lehetséges helyváltoztatások száma $3^4 = 81$, mivel mindegyik hangya 3 különböző irányban indulhat el. Számoljuk össze, hány olyan helyváltoztatás van, amikor a hangyák nem találkoznak. Ez akkor teljesül, ha egyrészt mindegyikük más csúcs felé indul el (ekkor a csúcsokban nem találkozhatnak), azaz a megfelelő számnégyesekben csupa különböző szám áll (pl. $(2,3,4,1)$ ilyen). Ahhoz, hogy valamelyik élen se találkozzanak a hangyák, az kell, hogy két hangya ne egymás felé induljon el. Pl., ha az 1-es csúcsban ülő hangya a 2. csúcs felé indul el (vagyis a számnégyes első száma a 2), akkor, hogy ne találkozzanak, a 2. csúcsban ülő hangya nem mehet az 1. csúcs felé (azaz a számnégyes 2. száma nem lehet 1).



A következő számnégyesekre teljesül mindkét feltétel:

$$(2,3,4,1); \quad (2,4,1,3); \quad (3,1,4,2); \quad (3,4,2,1); \quad (4,3,1,2); \quad (4,1,2,3).$$

A 81 helyváltoztatás között tehát 6 olyan van, amikor a hangyák nem találkoznak. Így annak a valószínűsége, hogy két hangya találkozik, $\dfrac{75}{81} = \dfrac{25}{27}$.