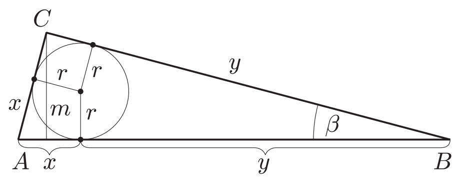
Megoldás. Az ABC derékszögű háromszög átfogójához tartozó magassága m, beírt körének sugara r, A-ból, illetve B-ből a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hossza x, illetve y. Tudjuk, hogy $r = 0{,}45\,m = \frac{9}{20}\,m$.



Írjuk fel a háromszög területének kétszeresét kétféleképpen:

$$2T = (x+y)m,$$

illetve

$$2T = (x+y)r + (y+r)r + (x+r)r = 2(x+y+r)r.$$

A két terület egyenlőségéből az $r = \frac{9}{20}\,m$ összefüggés felhasználásával kapjuk, hogy

$$(x+y)m = 2\left(x+y+\frac{9}{20}\,m\right)\frac{9}{20}\,m.$$

Osszunk $m \neq 0$-val és végezzük el a műveleteket:

$$x+y = 2\cdot\frac{9}{20}(x+y) + 2\cdot\frac{9}{20}\cdot\frac{9}{20}\,m.$$

Innen

$$\frac{m}{x+y} = \frac{20}{81}; \quad \text{azaz} \quad \frac{m}{c} = \frac{20}{81},$$

és $m = \frac{20}{9}\,r$-et helyettesítve kapjuk, hogy $r = \frac{1}{9}\,c$, vagyis a beírt kör sugara az átfogó 9-ed része.

Ezután írjuk fel a háromszögre Pitagorasz tételét:

$$(x+y)^2 = (x+r)^2 + (y+r)^2.$$

Rendezve az egyenletet kapjuk, hogy

$$xy = (x+y)r + r^2. \tag{1}$$

Ismerjük tehát az átfogó és a beírt kör sugarának arányát. Ez az arány hasonlóság erejéig meghatározza a derékszögű háromszöget. A hasonlóság pedig már egyértelműen meghatározza a háromszög szögeit.

Válasszuk az átfogót 9 egységnek, ekkor $x+y=9$, innen $y = 9-x$, a beírt kör sugara 1. Az (1) egyenletbe helyettesítve: $x(9-x) = 10$, azaz $x^2 - 9x + 10 = 0$,

$$x = \frac{9+\sqrt{41}}{2}, \quad \text{és} \quad \sin\beta = \frac{x+r}{x+y} = \frac{\frac{9+\sqrt{41}}{2}+1}{9}.$$

Elvégezve a kijelölt műveleteket: $\sin\beta \approx 0{,}9668$ és $\beta = 75{,}195°$, a háromszög másik hegyesszöge pedig $\alpha = 14{,}805°$.