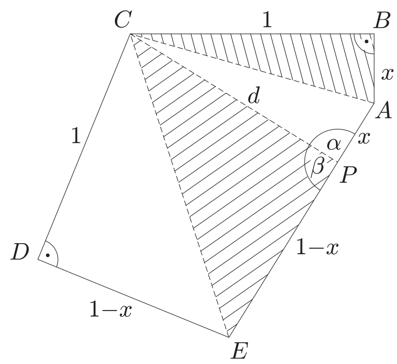
I. megoldás. Jelölje P az AE szakasz azon pontját, amelyre $AP = AB$ és így $PE = ED$ teljesül. Legyen $CP = d$, $APC\sphericalangle = \alpha$, $EPC\sphericalangle = \beta$.

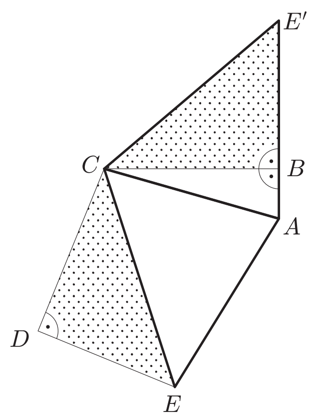


Az ABC és az APC háromszögben két-két oldal hossza egyenlő, ezért $d > 1 \Leftrightarrow \alpha < 90^\circ$ és $d < 1 \Leftrightarrow \alpha > 90^\circ$. Hasonlóan, a CPE és a CDE háromszögek összevetéséből $d > 1 \Leftrightarrow \beta < 90^\circ$ és $d < 1 \Leftrightarrow \beta > 90^\circ$. Így $d > 1$ esetén $180^\circ = \alpha + \beta < 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, $d < 1$ esetén pedig $180^\circ = \alpha + \beta > 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$; mindkettő lehetetlen, ezért $d = 1$, tehát az ABC és az APC, valamint a CPE és a CDE háromszögek egybevágók. Az ötszög területe így az ABC és a CDE háromszög terület-összegének a kétszerese; ha $AP = AB = x$, akkor

$$2\left(\frac{x \cdot 1}{2} + \frac{(1-x) \cdot 1}{2}\right) = 1.$$

Megjegyzés. A következő megoldás mutatja, hogy az ötszögre igazolt szabályosság a fentinél elegánsabban is felhasználható.

II. megoldás. Forgassuk el a CDE háromszöget a C pont körül úgy, hogy a D csúcs a B pontba kerüljön.



Az így kapott CBE' háromszög az ABC háromszöggel együtt éppen az ACE' háromszöget adja ki, ami egybevágó az ACE háromszöggel, hiszen az AC oldal közös mindkettőben, $CE = CE'$ és $AE = 1 = AB + ED = AB + BE' = AE'$. Az ötszög területe tehát éppen kétszerese az ACE' háromszög területének. Mivel ebben a háromszögben az egység hosszúságú AE' oldalhoz tartozó CB magasság is egységnyi hosszú, a háromszög területe $\frac{1}{2}$, az ötszögé tehát éppen 1 területegység.

Megjegyzés. A megoldáshoz könnyen eljuthatunk az ötszögben rejlő szimmetria előzetes megsejtése nélkül is. Az AC és a CE szakaszok hossza a Pitagorasz-tétel szerint $AC = \sqrt{1 + x^2}$, illetve $CE = \sqrt{1 + (1-x)^2} = \sqrt{2 - 2x + x^2}$. Az ACE háromszög CE oldalára a koszinusz-tételt felírva:

$$2 - 2x + x^2 = 1 + (1 + x^2) - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{1 + x^2} \cdot \cos EAC\sphericalangle,$$

ahonnan $\cos EAC\sphericalangle = \dfrac{x}{\sqrt{1 + x^2}} = \cos BAC\sphericalangle$. Így, az ötszög konvexitása miatt $EAC\sphericalangle = BAC\sphericalangle$, amiből következik, hogy az ABC háromszög egybevágó az APC háromszöggel. Hasonlóan látható be a CPE és a CDE háromszögek egybevágósága is.