Megoldás. Legyen a teljes út s, a megtételéhez szükséges idő t, továbbá jelöljük a v_i sebességgel megtett útszakasz hosszát s_i-vel, a megtételükhöz szükséges időket pedig t_i-vel! $\left(v_1 = 40\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}},\ v_2 = 90\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.\right)$

a) Az első esetben $\frac{s_1}{s} = 0{,}1$ és $\frac{s_2}{s} = 0{,}9$; ekkor az átlagsebesség

$$v_a = \frac{s}{t} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = \frac{1}{\frac{\frac{s_1}{s}}{v_1} + \frac{\frac{s_2}{s}}{v_2}}.$$

A numerikus értékek behelyettesítése után $v_a = 80$ km/h adódik.

b) A másik esetben $\frac{t_1}{t} = 0{,}1$ és $\frac{t_2}{t} = 0{,}9$; ekkor az átlagsebesség

$$v_b = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t} = \frac{t_1}{t} v_1 + \frac{t_2}{t} v_2 = 85\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

Mivel mindkét esetben ugyanakkora a megtett út, akkor érkezünk meg hamarabb, amikor nagyobb az átlagsebességünk; ez pedig a második (b) eset.

Megjegyzés. A feladatot általánosíthatjuk n különböző sebességű szakaszra, $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ súlyfaktorokkal, amelyekre teljesül, hogy $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$. Ekkor

$$v_a = \frac{1}{\frac{\lambda_1}{v_1} + \frac{\lambda_2}{v_2} + \ldots + \frac{\lambda_n}{v_n}},$$

ez éppen az egyes szakaszokhoz tartozó sebességek súlyozott *harmonikus* közepe.

A másik esetben az átlagsebesség

$$v_b = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n,$$

az egyes részsebességek súlyozott *számtani* közepe.

Ismert, hogy a harmonikus közép nem lehet nagyobb, mint a számtani közép, és az egyenlőség is csak akkor állhat fenn, ha valamennyi szakaszon ugyanakkora a sebesség, tehát egyenletesen haladunk.