

I. megoldás. a) Elengedés után az abroncs $h - R$ úton szabadon esik és állandó ω_0 szögsebességgel forog. Közvetlenül az ütközés előtt az abroncs tömegközéppontjának sebessége $v_0 = \sqrt{2g(h - R)}$, a teljes mozgási energiája tehát

$$E_0 = mg(h - R) + \frac{1}{2} mR^2 \omega_0^2.$$

Az ütközés után a mozgási energia

$$E_1 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mR^2 \omega_1^2,$$

ahonnan

$$\frac{E_0 - E_1}{E_0} = \frac{2g(h - R) + R^2 \omega_0^2 - v^2 - R^2 \omega_1^2}{2g(h - R) + R^2 \omega_0^2} = 0,723,$$

vagyis a mozgási energiának kb. 72%-át veszítette el az abroncs az ütközésnél.

b) A vízszintes felülettel történő ütközés rövid Δt ideje alatt az abroncs perdülete megváltozik (lecsökken). Ezt a változást az abroncs és a felület között fellépő S erő (tömegközéppontra vonatkoztatott) forgatónyomatéka okozza:

$$SR\Delta t = mR^2 (\omega_0 - \omega_1).$$

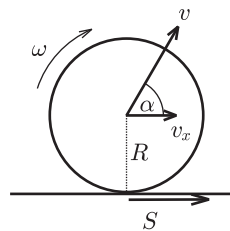
Másrészt ugyanezen S erő egy vízszintes erőlkést eredményez, amely megváltoztatja az abroncs vízszintes irányú lendületét (1. ábra):

$$S\Delta t = mv_x = mv \cos \alpha.$$

A fenti két egyenlet összevetéséből az elpattanás szögére

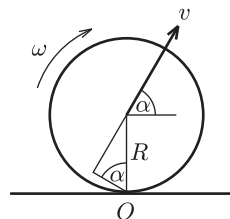
$$\cos \alpha = \frac{R(\omega_0 - \omega_1)}{v} = 0,2, \quad \text{azaz} \quad \alpha = 78,5^\circ$$

adódik.



1. ábra

II. megoldás. A feladat második részét a perdületmegmaradás tételének alkalmazásával is megoldhatjuk. Alkalmazzuk a tételt az ütközés előtti és az ütközés utáni pillanatokra, még hozzá úgy, hogy vonatkoztatási pontnak az abroncs és a felület érintkezési pontját, a 2. ábrán látható O pontot választjuk. Erre a pontra a feladatban szereplő erőknek nincs forgatónyomatéka, az O -ra vonatkoztatott perdület tehát nem változhat meg.



2. ábra

Az abroncs ütközés előtti perdületénél csak a tömegközéppont körüli forgásból származó $mR^2 \omega_0$ mennyiséget (sajátperdületet) kell figyelembe vennünk, hiszen a tömegközéppont sebessége áthalad az O ponton (arra nézve nincs „karja”), emiatt a pályaperdület nulla. Az ütközés után a sajátperdület lecsökken $mR^2 \omega_1$ értékre, viszont megjelenik egy nullától különböző pályaperdület; értéke $mvR \cos \alpha$.

A perdületmegmaradás tétele szerint

$$mR^2 \omega_0 = mR^2 \omega_1 + mvR \cos \alpha,$$

ahonnan

$$\cos \alpha = \frac{R(\omega_0 - \omega_1)}{v}.$$