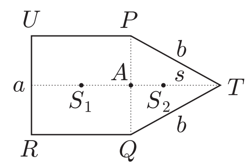
Megoldás. Mivel a lemez homogén (egyenletes tömegeloszlású), bármelyik darabjának tömege arányos a területével. Jelöljük ezt az arányossági tényezőt k-val!

Osszuk fel a vízszintesen elhelyezett lemezt gondolatban két részre: az *ábrán* látható $PQRU$ négyzetre és a TQP egyenlő szárú háromszögre. Ha az egész lemez tömegközéppontja az A pontba esik, akkor az egyes részek súlyának a PQ egyenesre vonatkoztatott forgatónyomatéka azonos nagyságú kell legyen.



A négyzet alakú rész tömege ka^2, súlya ka^2g, és súlyának PQ-ra vonatkoztatott forgatónyomatéka

$$M_{\text{négyzet}} = kga^2 \cdot \frac{a}{2}.$$

(Kihasználtuk, hogy a négyzet S_1 tömegközéppontja a geometriai középpontjába esik.)

A háromszög alakú rész tömege $k\frac{a}{2}s$, súlya pedig $k\frac{a}{2}sg$, ahol $s = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ a háromszög T csúcsához tartozó súlyvonalának (egyben magasságvonalának) a hossza. Geometriából ismert, hogy a háromszög súlypontja a súlyvonalakat harmadolja, és mivel egy homogén háromszög-lemez fizikai értelemben vett súlypontja megegyezik a geometriai értelemben vett súlyponttal, a háromszög alakú lemezdarab S_2 tömegközéppontja és az A pont távolsága $\frac{s}{3}$. Ennek a résznek a forgatónyomatéka a PQ egyenesre

$$M_{\text{háromszög}} = kg \cdot \frac{a}{2}s \cdot \frac{s}{3} = kga \cdot \frac{1}{6}\left[b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right].$$

A forgatónyomatékok egyenlőségéből

$$a^2 = \frac{1}{3}\left[b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right], \qquad \text{azaz} \qquad \frac{b^2}{a^2} = \frac{13}{4}.$$

A kérdéses arány tehát

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1{,}80.$$

Megjegyzés. Sokan – tévesen – a négyzet és a háromszög területének egyenlőségét vagy az $S_1A = S_2A$ egyenlőséget vélték a kérdéses egybeesés szükséges feltételének. A helyes kritériumban – mint láttuk – sem az egyik, sem a másik mennyiség, hanem a szorzatuk (és az ezzel arányos forgatónyomaték) megegyezése szerepel.