Megoldás. A téglalap mozgása – ha a tömegközéppontján átmenő egyik, mondjuk a b hosszú oldalélével párhuzamos tengely körül billeg – torziós lengés lesz, melynek frekvenciáját a forgómozgás $M = \Theta\beta$ egyenletéből határozhatjuk meg. A c vastagságú téglatest tehetetlenségi nyomatéka a kérdéses tengelyre

$$\Theta = \frac{1}{12}\, m(a^2 + c^2),$$

ahol (vékony lemezről lévén szó) $c \ll a$, tehát $\Theta \approx \dfrac{m}{12}\, a^2$.

Ha a lemezt egy kicsiny φ szöggel kibillentjük az egyensúlyi helyzetéből, a lemez szélének függőleges elmozdulása $\Delta x \approx \dfrac{a}{2}\,\varphi$ lesz, az egyik oldalon felfelé, a másik oldalon pedig lefelé. A lemez sarkainál levő rugók mindegyike az eredetileg kifejtett erőn felül $F = D\cdot\Delta x = D\cdot\dfrac{a}{2}\,\varphi$ „többleterőt”, és ezzel együtt

$$F\,\frac{a}{2} = D\frac{a^2}{4}\,\varphi$$

többlet-forgatónyomatékot fejt ki, az eredő forgatónyomaték tehát

$$M = -4D\frac{a^2}{4}\,\varphi = -Da^2\varphi$$

lesz. (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy mindegyik rugó többlet-forgatónyomatéka a kitérítéssel ellentétes irányú.)

A mozgásegyenlet ezek szerint

$$\frac{m}{12}\,a^2\cdot\beta = -Da^2\varphi, \qquad \text{azaz} \qquad \beta = -12\frac{D}{m}\,\varphi.$$

Összehasonlítva ezt az egyenletet a harmonikus rezgőmozgás megfelelő képletével, leolvashatjuk, hogy a rezgés körfrekvenciája $\omega = \sqrt{12\dfrac{D}{m}}$, a frekvenciája pedig

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{12\frac{D}{m}} \approx 3{,}9\ \text{Hz}$$

lesz.

Megjegyzés. Ugyanezt az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy a lemez egy szélső pontjának gyorsulását számítjuk ki olyankor, amikor a kérdéses pont kitérése Δx. A gyorsulás arányos a kitéréssel, a mozgás tehát harmonikus rezgőmozgás, melynek körfrekvenciája a gyorsulás és a kitérés arányának négyzetgyöke.

Mivel a frekvenciát meghatározó képletben nem szerepel a lemez a mérete, a lengési frekvencia a másik fajta billegés esetén is ugyanekkora, 3,9 Hz lesz.