I. megoldás. Két szám legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének szorzata egyenlő a két szám szorzatával:

$$(a;b)\cdot[a;b]=a\cdot b.$$

Jelöljük a és b legnagyobb közös osztóját a továbbiakban d-vel. A feladat feltétele szerint $d+[a;b]=a+b$. Felhasználva az említett összefüggést, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$d+\frac{a\cdot b}{d}=a+b,$$

Rendezés után szorzattá alakíthatunk:

$$d^2-(a+b)\cdot d+a\cdot b=(d-a)(d-b)=0.$$

Ha $d=a$, azaz a legnagyobb közös osztó a-val egyenlő, akkor b többszöröse a-nak. Ha pedig $d=b$, akkor a többszöröse b-nek. Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

II. megoldás. Legyen $a=d\cdot\ell$ és $b=d\cdot k$, ahol k és ℓ relatív prímek. Így $(a;b)=d$ és $[a;b]=d\cdot k\cdot\ell$.

Az egyenlet: $d+d\cdot k\cdot\ell=d\cdot\ell+d\cdot k$. Nyilván $d\neq 0$, így oszthatunk vele:

$$1+k\cdot\ell=\ell+k,\qquad k\cdot\ell-\ell-k+1=0,\qquad (k-1)(\ell-1)=0,$$

ahonnan $k=1$ vagy $\ell=1$ adódik. Mindkét esetben valamelyik adott számmal egyenlő a legnagyobb közös osztó, s ekkor ez a szám osztója a másiknak.