Megoldás. A logaritmus értelmezéséből adódik, hogy $x > 0$, $x \neq 1$ és $2{,}5 - \frac{1}{x} > 0$ miatt $x > \frac{2}{5}$. Írjuk át az egyenlőtlenség jobb oldalát is logaritmikus alakba:

$$\log_x \left(2{,}5 - \frac{1}{x}\right) > \log_x x.$$

Tudjuk, hogy a logaritmusfüggvény szigorúan monoton, mégpedig, ha az alap 1-nél nagyobb, akkor szigorúan monoton nő, ha 1-nél kisebb, akkor fogy. Először vizsgáljuk az egyenlőtlenséget, ha $\frac{2}{5} < x < 1$; ekkor $2{,}5 - \frac{1}{x} < x$. Rendezés után a $2x^2 - 5x + 2 > 0$ egyenlőtlenséghez jutunk. A $2x^2 - 5x + 2 = 0$ másodfokú egyenlet gyökei

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{25 - 16}}{4} = 2, \qquad x_2 = \frac{1}{2}.$$

A függvény pozitív, ha $x < \frac{1}{2}$ vagy $x > 2$, ezt összevetve az x-re adott feltételeinkkel, az egyenlőtlenség megoldása: $\frac{2}{5} < x < \frac{1}{2}$.

Ha $x > 1$, akkor $2{,}5 - \frac{1}{x} > x$. Rendezve az egyenlőtlenséget:

$$2x^2 - 5x + 2 < 0,$$

ami akkor teljesül, ha $\frac{1}{2} < x < 2$. Ebben az esetben a feltétel miatt az egyenlőtlenség megoldása: $1 < x < 2$.

Az egyenlőtlenség tehát a $\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; 2)$ halmaz elemeire teljesül.