Megoldás. Ha $k > n$, akkor $\dfrac{S_n - S_k}{n-k} = \dfrac{S_k - S_n}{k-n}$, tehát megkötés nélkül feltételezhetjük, hogy $n > k$.

Legyen $k = 1$. Ekkor
$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \frac{S_n - S_1}{n-1}.$$
Bebizonyítjuk, hogy már abból is következik, hogy az (a_n) számtani sorozat, ha ez az egyenlőség minden n-re fennáll. Helyettesítsük be $S_i = a_1 + a_2 + \ldots + a_i$-t:
$$(n-1)(a_1 + a_2 + \ldots + a_n + a_{n+1}) = (n+1)(a_2 + \ldots + a_n),$$
$$(n-1)(a_1 + a_{n+1}) = 2(a_2 + \ldots + a_n).$$
Ha $n = 2$, akkor $a_1 + a_3 = 2a_2$, azaz az első 3 tag számtani sorozatot alkot.

Tegyük fel, hogy az első k tag számtani sorozatot alkot, azaz
$$a_i = a_1 + (i-1)d, \quad \text{ha} \quad 1 \le i \le k.$$
Bizonyítjuk, hogy ekkor $a_{k+1} = a_1 + kd$:
$$(k-1)(a_1 + a_{k+1}) = 2(a_2 + \ldots + a_k),$$
használhatjuk az összegképletet, mivel $a_2, a_3, \ldots, a_k$ számtani sorozat.
$$(k-1)(a_1 + a_{k+1}) = 2\left(\frac{a_1 + d + a_1 + (k-1)d}{2}\right)(k-1),$$
$$a_{k+1} = a_1 + kd.$$
Ezzel bizonyítottuk az indukciós állítást: ha a feltétel teljesül $k = 1$-re, akkor a tagok számtani sorozatot alkotnak.

Most belátjuk, hogy ha (a_n) számtani sorozat, akkor mindig teljesül, hogy
$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_{n+k}}{n+k} = \frac{a_{k+1} + a_{k+2} + \ldots + a_n}{n-k}.$$
Felírva az összegképletet:
$$\frac{a_1 + a_1 + (n+k-1)d}{2(n+k)}(n+k) = \frac{a_1 + kd + a_1 + (n-1)d}{2(n-k)}(n-k),$$
$$\frac{2a_1 + nd + kd - d}{2} = \frac{2a_1 + kd + nd - d}{2}.$$
Ezzel bizonyítottuk a feladat állítását.