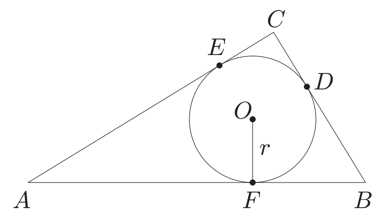
I. megoldás. Legyen a háromszög beírható körének középpontja O, sugara pedig r. Ekkor a háromszög területe $r\dfrac{a+b+c}{2}$, vagyis a feladat feltételéből:

$$r=\frac{a+b-c}{2}$$

adódik. Ha a háromszög csúcsait a szokásos módon A, B, C jelöli, a beírt körnek az oldalakon lévő érintési pontjai pedig D, E és F, akkor $CD=CE=\dfrac{a+b-c}{2}$. (Ennek bizonyítása megtalálható pl. Kiss Gy.: *Amit jó tudni a háromszögekről,* KöMaL, 2002/3. szám, 130–139. old.)



Az $ODCE$ négyszög tehát rombusz, mert minden oldala $\dfrac{a+b-c}{2}$ hosszú, továbbá van két derékszöge, mert a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra. Ezért $ODCE$ négyzet, vagyis az ABC háromszög C-nél lévő szöge derékszög.

Ez egyúttal a háromszög legnagyobb szöge is, tehát a keresett szög $90°$-os.

II. megoldás. Héron képlete szerint a háromszög területe:

$$\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)}.$$

Tehát esetünkben

$$\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)}=(a+b+c)(a+b-c),$$

amiből négyzetre emelés és $(a+b+c)(a+b-c)$-vel való osztás után kapjuk, hogy

$$(a-b+c)(b+c-a)=(a+b+c)(a+b-c).$$

Ezt átalakítva $c^2-(a-b)^2=(a+b)^2-c^2$ adódik, amiből c^2-et kifejezve kapjuk, hogy $c^2=a^2+b^2$.

Ez Pitagorasz tételének megfordítása szerint azt jelenti, hogy a háromszög c oldallal szemközti szöge derékszög. Nyilvánvaló, hogy ez a derékszög egyben a háromszög legnagyobb szöge is.