

**Megoldás.** Keressük azt a  $k$  pozitív egész számot, amelyre

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot p_k = a^3 + b^3,$$

ahol  $p_k$  a  $k$ -adik prímet jelenti a prímszámok növekvő sorozatában,  $a$  és  $b$  pedig pozitív egészek. Ha  $k \geq 2$ , akkor a prímek között szerepel a 3 is, de az egész szorzat csak 3-mal osztható, 9-cel nem. Ugyanakkor  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab \cdot (a + b)$ , a jobb oldal csak úgy osztható 3-mal, ha  $(a + b)^3$  is osztható 3-mal, ami viszont csak akkor teljesül, ha  $a + b$  is osztható 3-mal. Ez az összeg megjelenik szorzótényezőként a második tagban is, így a jobb oldal 9-cel is osztható, míg a bal oldal nem; tehát  $k \geq 2$  esetén nincs megoldás.

Ha pedig  $k = 1$ , akkor  $2 = 1^3 + 1^3$ ; erre tehát találunk megoldást. Más lehetőség nincs, tehát csak  $k = 1$  megoldása a feladatnak.